Reinhard Pantel

LOGARITHMUS

Teil I

Eine Einführung
ins
logarithmische Rechnen

-.-

EIN LEHRPROGRAMM,
FÜR DEN
SELBSTUNTERRICHT
GESCHRIEBEN

-:-

2016

Zum Geleit

Den Logarithmus berechnen heißt,
den Exponenten einer Potenz bestimmen.

Logarithmen sind Hochzahlen.

Vorwort

Dieses Lernprogramm wurde für Personen geschrieben, die aus zeitlichen oder entfernungsbedingten Gründen an keiner Fortbildungsmaßnahme teilnehmen können, die von einer ständig zur Verfügung stehenden Unterrichtslehrkraft begleitet wird, um. z.B. einen gewünschten Wissenstand aufzufrischen oder um einen evtl. noch fehlenden Schulabschluss nachholen zu können. **…** oder vielleicht auch gar für alle diejenigen, die zu Hause eine Nachbearbeitung eines vorangegangenen Mathematikunterrichts benötigen: Es werden keine hervorzuhebenden mathematischen Vorkenntnisse vorausgesetzt.

Aus diesem Grund war bei der Erstellung des Lehrprogramms eine besondere pädagogische Vorgehensweise erforderlich: Die Sachgebiete werden so erklärt, wie ein Lehrer diese an der Tafel in etwa auch so ähnlich vortragen würde. Häufige Zusammenfassungen und Wiederholungsfragen dienen nebenher dem Einprägen bzw. der Festigung des Unterrichtsstoffs**.**
(Lernziel: Pensum der gymnasialen Mittelstufe)

Seite: ↓

Inhalt

Bei der Einteilung der **<u>Rechenarten</u>** kennen wir drei Stufen:
Zur *ersten* Stufe gehört *aufbauend* die **Addition**: Bei ihr sind alle Summanden gleichberechtigt und damit vertauschbar.

$$a + b = c$$
$$c = b + a$$

Zur ersten Stufe der Rechenarten gehört aber auch die Umkehrung, die **Subtraktion**:

$$a = \mathbf{-}\ c - b + d$$
$$b = \mathbf{-}\ c - a + d$$
$$c = \ \ d - a - b$$

Bei einem Seitenwechsel über das Gleichheitszeichen hinweg ändert sich stets das Vorzeichen der einzelnen Glieder, denn das Gleichheitszeichen lässt sich gerne mit einer Balkenwage vergleichen:

Man muss auf beiden Seiten der Balkenwage stets das Gleiche tun: Gleiche Werte hinzufügen oder abziehen um eine Zahl nach dem Kürzen isolieren zu können.

$$a = c - b$$

[auf beiden Seiten + b addieren]

$$a \mathbf{+ b} = c \cancel{- b} \cancel{\mathbf{+ b}}$$

[Seitentausch]

$$\mathbf{c} = a + b$$

Zur *zweiten* Stufe der Rechenarten gehört die **Multiplikation** als aufbauende Rechenart.
Die Faktoren sind unter sich gleichberechtigt <u>und</u> vertauschbar. $a \cdot b = b \cdot a$

Die Umkehrung hierzu ist abbauend die Rechenart der **Division:**

Wenn $\mathbf{a \cdot b = c}$ ist, dann ist $\mathbf{a = \frac{c}{b}}$ **,**
denn wir haben bei $a \cdot b = c$ auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens den Wert $\frac{1}{b}$ multipliziert und dann gekürzt, so dass der Wert a auf der einen Seite des Gleichheitszeichen am Schluss alleine zu stehen kommt.

Zur *dritten* Stufe der Rechenoperationen gehört das **Potenzieren**, was so viel heißt, wir schreiben ein Rechenergebnis als **Potenz.**
Das geschieht dann, wenn ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren (siehe Multiplikation) besteht und diese „Gleichheit an Faktoren“ verkürzt als **Potenz** ausdrückt.

n *Faktoren* *Exponent (Hochzahl)*

Basis (Grundlage)

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\textit{Produkt}} = \underbrace{a^{\mathbf{n}}}_{\textit{Potenz}}$$ *[sprich: a hoch n]*

[lat. „potencia“ = die Macht, die Fähigkeit]

Basis und Exponent dürfen <u>nicht</u> vertauscht werden! *[Exponent = lat. „exponere“ = herausstellen]*

<u>Beispiel</u>**:** $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \longrightarrow 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

I. Bitte betrachten Sie hierzu zur Wiederholung die nachstehende Übersicht:

RECHENART	UMKEHRUNG

<u>1. Stufe:</u>

aufbauend: ADITION	abbauend: SUBTRAKTION
$a + b = c$	$a = c - b$ $b = c - a$
Die Summanden sind gleichberechtigt	

<u>2. Stufe:</u>

aufbauend: MULTIPLIKATION	abbauend: DIVISION
$a \cdot b = c$	$a = \frac{c}{b}$ $b = \frac{c}{a}$
Die Faktoren sind gleichberechtigt	

3.Stufe:

POTENZIEREN: Eine Abkürzung des Multiplizierens

$a^n = b$ $b = a \cdot a \cdot a = a^3$

Potenzen sind Produkte gleicher Faktoren

1. Umkehrung des Potenzierens:

Das ***Radizieren***

$a = \sqrt[n]{b}$

(gefragt wird nach der Größe a)

2. Umkehrung des Potenzierens:

Das ***Logarithmieren***

$n = \log_a c$

(gefragt wird nach der Größe n und „die Größe n ist eine Hochzahl (ein Exponent).

II. Bitte betrachten Sie auch die nachstehende **Zusammenstellung von Potenzen,** *die wir künftig des Öfteren einblenden werden.*

$2^0 = 1$		$3^0 = 1$		$4^0 = 1$
$2^1 = 2$		$3^1 = 3$		$4^1 = 4$
$2^2 = 4$		$\mathbf{3^2 = 9}$		$4^2 = 16$
$\mathbf{2^3 = 8}$		$3^3 = 27$		$4^3 = 64$
$2^4 = 16$		$3^4 = 81$		$4^4 = 256$
$2^5 = 32$		$3^5 = 243$		$4^5 = 1024$
$2^6 = 64$		$3^6 = 729$		$4^6 = 4096$
$2^7 = 128$				
$2^8 = 156$	$\longrightarrow$	$2^9 = 512$	$\rightarrow$	$2^{10} = 1024$

$5^0 = 1$ $6^0 = 1$ $7^0 = 1$
$5^1 = 5$ $6^1 = 6$ $7^1 = 7$
$5^2 = 25$ $6^2 = 36$ $7^2 = 49$
$5^3 = 125$ $6^3 = 216$ $7^3 = 343$
$5^4 = 625$ $6^4 = 1296$ $7^4 = 2401$

$8^0 = 1$ $9^0 = 1$ $10^0 = 1$
$8^1 = 8$ $9^1 = 9$ $10^1 = 10$
$8^2 = 64$ $9^2 = 81$ $10^2 = 100$
$8^3 = 512$ $9^3 = 729$ $10^3 = 1\,000$
$10^4 = 10\,000$

$[\frac{1}{10}] = 0{,}1$ $10^5 = 100\,000$

$[\frac{1}{10}]^2 = 0{,}01$ $10^6 = 1\,000\,000$

$[\frac{1}{10}]^3 = 0{,}001$ $11^2 = 121$

$12^2 = 144$ $13^2 = 169$
$14^2 = 196$ $15^2 = 225$ $16^2 = 256$

Wir halten fest:

Potenzieren heißt also nichts anderes, als das wiederholte *(n – mal häufige)* **Multiplizieren mit dem ein und demselben Faktor** *(z.B. mit Faktor a= a · a · a ·…· a .* = **n- mal)**

Dieses *n · mal* wiederholte multiplizieren mit dem ein und demselben Faktor (a) führt als **Ergebnis** zur **Potenz:**

a · a · a · a ·… a = mit Basis und Exponent: a^n*).*