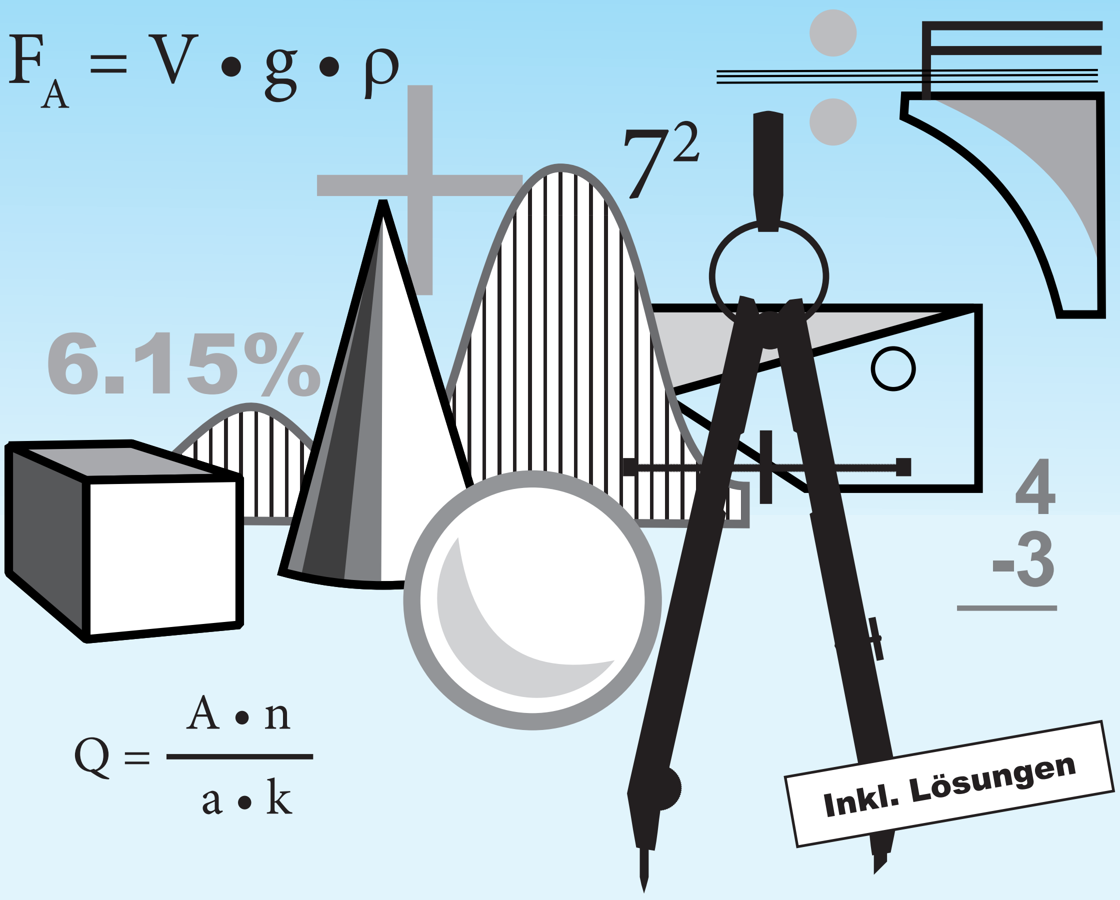
Dirk Lindemann

Mathematik

für den Bäderbereich



Grundlagen und Anwendungen
Für Schule und Betrieb

LITHO VERLAG e.K.

Mathematik für den Bäderbereich

Grundlagen und Anwendungen für Schule und Betrieb

Dirk Lindemann, Dipl.- Ing.

6. Auflage 2014

Diese Auflage entspricht in den Grundrechnungsarten den früheren Auflagen „Fachrechnen für Schwimm-Meister und Schwimm-Meistergehilfen“. Durch die wesentliche Erweiterung der Kapitel „Spezielle Berechnungen für den Bäderbereich“ und der Übungsaufgaben wird das Buch auch als Lern- und Nachschlagwerk für den Bäderfachmann verwendbar.

Die Kombination der Abhandlung von Grundrechnungsarten, einfache sowie weiterführende Problemstellungen mit praxisorientierten Übungen, bieten die Möglichkeit das Buch in der Fachangestellten-Ausbildung und bei den Fortbildungskursen zur Vorbereitung auf die Meisterprüfung gleich effektiv einzusetzen.

In dem integrierten **Lösungsheft** sind die Lösungen aller Übungsaufgaben ausführlich und in verständlicher Form abgehandelt.

Das Buch entstand unter Mitarbeit von Anne Taucher und Fritz Jungmann, Mannheim.

ISBN: 9783941484078

Herstellung und Vertrieb: Litho-Verlag e.K. | Unterrichtsmedien | Mittelstraße 4
34466 Wolfhagen | Tel. 05692/9960682 | Fax: 05692/9960683
www.badeliteratur.de | Email: shop@badeliteratur.de

In eigener Sache:

Trotz sorgfältigster Prüfungen sind auch wir gerade wie in dem vorliegendem Buch, nicht vor Fehler geschützt. Der Verlag möchte daher für Korrekturen oder bekannte und behobene Fehler auf seine Internetseite verweisen.

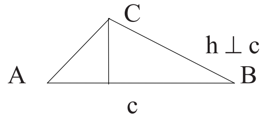
Inhaltsverzeichnis

Seite

Seite

Spezielle Berechnungen für die Bädertechnik

Mathematische Zeichen nach DIN 1301 und 1302 (8.80)

Zeichen	Sprechweise	Beispiel-Erläuterung
...	usw.	2, 4, 6 ... 24
$=$	gleich, ist	$4 = 4$
$\neq$	nicht gleich, ungleich	$4 \neq 5$
$\approx$	annähernd, rund	$\pi/4 \approx 0{,}785$
$\hat{=}$	entspricht	10kg $\hat{=}$ 100N
$<$	kleiner als	$1 < 2$
$>$	größer als	$2 > 1$
$\leq$	kleiner gleich	$\leq 100\,^{o}$ C (Temp. darf höchstens 100 ^{o} C erreichen)
$\geq$	größer gleich	$\geq 100\,^{o}$ C (Temp. darf mindestens 100 ^{o} C erreichen)
$+$	plus	$10 + 5 = 15$
$-$	minus	$10 - 5 = 5$
$\cdot$ $\times$	mal, multiplizieren	$10 \times 5 = 50$; $10 \cdot 5 = 50$
: / –	geteilt, durch, dividiert	10:5; 10/5; $\frac{10}{5}$
%	Prozent, von Hundert	$1\,\% = 0{,}01 = \frac{1}{100}$
‰	Promille, von Tausend	$1\,‰ = 0{,}001 = \frac{1}{1000}$
( ) [ ] { }	runde, eckige, geschweifte Klammer, auf und zu	$3 + \{10\,[(10 + 5) \cdot (2-1)]\}$
$\parallel$	parallel	Seite $l_1 \parallel$ Seite l_2
$\nparallel$	nicht parallel	Seite a $\nparallel$ Seite c
$\perp$	rechtwinklig zu, senkrecht auf	
$\triangle$	Dreieck	$\triangle$ ABC; $A_{\Delta} = 150\ m^2$
$\measuredangle$	Winkel	$\measuredangle\alpha = 60°$
$\overline{AB}$	Strecke AB	A $\longleftrightarrow$ l B $\overline{AB} = l$
$\overset{\frown}{AB}$	Bogen AB	A b B $\overset{\frown}{AB} = b$
$\sum$	Summe	L = $\sum$ aller Seiten
π	Pi	$\pi = U/d \approx 3{,}14$
$\sqrt{\ }$	Quadratwurzel	$\sqrt{4} = 2$
$\sqrt[n]{\ }$	n-te Wurzel aus	$\sqrt[3]{27} = 3$
a^x	a hoch x	$a^2 = a \cdot a$
a^{-x}	a hoch minus x	$a^{-2} = 1/a^2$
^{o} C	Temperatur-Grade in Celsius	t oder $\vartheta = 25\,^{o}$
1 h , 1 min , 1 s	1 Stunde, 1 Minute, 1 Sekunde	1^{h} = 60 min= 3600 s
1°, 1', 1"	Winkelgrade, -Minuten, -Sekunden	1° = 60' = 3600 "
∞	unendlich	$1/0 = \infty$
$\odot$	Kreis	$\odot$ M = Kreis um M

Formelzeichen nach DIN 1304 (2.78)

Zeichen	Bedeutung
	Länge, Fläche, Raum, Zeit
α, β, γ	Winkel, (ebene)
Ω	Raumwinkel
l	Länge
b	Breite
h	Höhe
r, R	Radius, Halbmesser
d	Durchmesser
s	Weglänge, Kurvenlänge
λ	Wellenlänge
A	Fläche
S	Querschnittsfläche
V	Raum, Volumen
t	Zeit, Dauer
T	Periodendauer
f, ν	Frequenz
n	Drehzahl
v, u	Geschwindigkeit
ω	Winkelgeschwindigkeit
a	Beschleunigung, allgemein
g	Fallbeschleunigung, örtlich
Q, V	Volumenstrom
	Mechanik
m	Masse
ρ	Dichte
F	Kraft
G, F_G	Gewichtskraft
p	Druck
μ	Reibungszahl
J	Trägheitsmoment
M	Drehmoment
M_b	Biegemoment
T	Torsionsmoment
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung
ε	Dehnung
W, E	Wärme, Energie
W_p	potentielle Energie
W_k	kinetische Energie
P	Leistung
η	Wirkungsgrad

Zeichen	Bedeutung
	Wärme
T, Θ	thermodynamische Temperatur
ΔT, Δt, $\Delta\vartheta$	Temperaturdifferenz
t, ϑ	Celsius-Temperatur
α	Längenausdehnungskoeffizient
γ	Volumenausdehnungskoeffizient
Q	Wärme, Wärmemenge
H	spezifischer Heizwert
λ	Wärmeleitfähigkeit
α	Wärmeübergangskoeffizient
k	Wärmedurchgangskoeffizient
α	Temperaturleitfähigkeit
c	spezifische Wärmekapazität
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
C	Wärmekapazität
	Elektrizität
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge
U	Spannung
I	Stromstärke
C	Kapazität
Ω	Widerstand
ρ	spezifischer Widerstand
L	Induktivität
γ, χ	elektrische Leitfähigkeit
N, w	Windungszahl
X	Blindwiderstand
Z	Scheinwiderstand
ψ	Phasenverschiebungswinkel
μ	Permeabilität (magnetische Leitfähigkeit des Stoffes)
ε	Dielektrizitätskonstante
	Schwingungsgrößen, Akustik
C	Fortpflanzungsgeschwindigkeit
p	Schalldruck
L_N	Lautstärkepegel
T	Periodendauer
τ	Zeitkonstante
ω	Kreisfrequenz

Größen und Einheiten des Internationalen Einheitensystems
SI-Einheiten

Basisgrößen und Basiseinheiten

Größe	Zeichen	SI-Einheit	Zeichen
Länge	l	Meter	m
Zeit	t	Sekunde	s
Masse	m	Kilogramm	kg
Temperatur	T	Kelvin	K
Stromstärke	I	Ampere	A
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_v	Candela	cd

Abgeleitete SI-Einheiten (Auszug)

Größe	Zeichen	SI-Einheit	Zeichen	Umrechnungsbeispiel
Länge	l	Meter	m	1m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1km = 1000 m
Fläche	A,S	Quadratmeter Ar Hektar Quadratkilometer	m^2 a ha km^2	1 m^2 = 10 000 cm^2 1 a = 100 m^2 1 ha = 100a = 10 000 m^2 1 km^2 = 100 ha = 1.000.000 m^2
Volumen	V	Kubikmeter Liter Kubikzentimeter Milliliter	m^3 l, L cm^3 ml	1 m^3 = 1000 dm^3 1 l = 1 L = 1 dm^3 = 10 dl 1 cm^3 = 1 ml 1 mml = 1/1000 L
Winkel	αβγ...	Radiant Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = $180°/\pi \approx 57{,}2957°$ 1 ° = $\pi \cdot$ rad/180° = 60' 1 ° = 60' 1" = 1/60' = 1°/3600
Zeit	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	1 s = 1/60 min 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h 1 a = 360 d (Geschäftsjahr)
Frequenz	f	Hertz	Hz	1 Hz = 1/s (Schwingungen pro Sekunde)
Geschwin-digkeit	v	Meter pro Sekunde Kilometer pro Stunde	m/s km/h	1 m/s = 3,6 km/h 1 km/h = 1m/3,6 s

Fortsetzung SI-Einheiten:

Größen und Einheiten des Internationalen Einheitensystems Abgeleitete SI-Einheiten (Auszug)				
Größe	**Zeichen**	**SI-Einheit**	**Zeichen**	**Umrechnungsbeispiel**
Drehzahl Beschleuni- gung	n g	Umdrehung pro Zeiteinheit Meter/s^2	m/s 1/min m/s^2	1/s = 60/min 1/min = 1/60 s g = Fallbeschleunigung = 9,81 m/s^2≈ 10 m/ s^2
Elektrische- Stromstärke Spannung Widerstand Leitwert Elektr. Arbeit Leistung	 I U R G W P	 Ampere Volt Ohm Siemens Joule Watt	 A V Ω S J W	 1 V = 1 W/ 1A 1 Ω = 1 V/ 1A 1 S = 1 A/ 1V = 1/Ω 1 J = 1 Ws =1 Nm 1 W = 1 J/s = 1 Nm/s
Wärmemenge Temperatur: Thermo-dyn. CelsiusTemp. Spezifischer Heizwert	Q T t,ϑ H_u	Joule Kelvin Grad Celsius Joule pro kg, Wattstunden pro kg	J K °C J/kg Wh/kg	1 J = 1/1000 kJ = 1 Ws = 1 Nm 1000 J = 1 kJ = 1 kWs 0 K = - 273 °C 0 ° C = 273 K 1 000 J/kg = 1 kJ/kg 1 Wh/kg = 3600 J/kg (Wärmeener- gie abzügl. der Verdampfungswärme des Abgaswasserdampfes)
Masse Dichte Kraft Gewichtskraft	m ρ F G, F_G	Kilogramm Gramm Tonne Kilogramm pro dm^3 Newton Newton	kg g t kg/dm^3 N N	1 kg = 1000g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg (außerhalb SI-Einheit) 1 kg/dm^3 = 1kg/cm^3 N = 1kgm/s^2 (1N bewirkt bei 1 kg in 1s eine Ge- schwindigkeitsänderung um 1m/s)
Spannung: Zug Schub Druck	σ σ_z τ p	Newton pro Quadratmeter Newton pro cm^2 Newton pro cm^2 Pascal	N/m^2 kN/cm^2 N/cm^2 N/cm^2 Pa	1 N/m^2 = 0,01 mbar 1 kN/cm^2 = 1000 N/cm^2 10 N/cm^2 = 1 bar 1 Pa = 1 N/m^2
Drehmoment Biegemoment Torsionsmo- ment	M M_b T	Newton mal Meter	Nm Nm Nm	1000 Nm = 1 kNm M_b bewirkt Durchbiegung von Körpern T bewirkt die Verdrehung von Körpern

Umrechnungen und Rechenhilfen

Vorsätze: Dezimale Vielfalte und Dezimale Teile nach DIN 1301							
Vorsatz zeichen	Vorsätze	Vorsatz-zeichen	Vorsätze	Vorsatz-zeichen	Vorsätze	Vorsatz-zeichen	Vorsätze
da	Deka $= 10^1$	M	Mega $=10^6$	d	Dezi $=10^{-1}$	μ	Mikro $=10^{-6}$
h	Hekto $= 10^2$	G	Giga $=10^9$	c	Zenti $=10^{-2}$	n	Nano $=10^{-9}$
k	Kilo $= 10^3$	T	Tera $=10^{12}$	m	Milli $=10^{-3}$	p	Piko $=10^{-12}$

Griechisches Alphabet								
Αα	a	Alpha	Ιι	i	Jota	Ρρ	r	Rho
Ββ	b	Beta	Κκ	k	Kappa	Σσ	s	Sigma
Γγ	g	Gamma	Λλ	l	Lamda	Ττ	t	Tau
Δδ	d	Delta	Μμ	m	Mü	Υυ	ü	Ypsilon
Εε	e	Epsilon	Νν	n	Nü	Φϕ	ph, f	Phi
Ζξ	z	Zeta	Ξξ	ks	Ksi	Χχ	ch	Chi
Ηη	e	Eta	Οο	o	Omikron	Ψψ	ps	Psi
Θϑ	th	Theta	Ηπ	p	Pi	Ωω	o	Omega

Römische Ziffern					
I = 1	VI = 6	XX = 20	LXX = 70	CCC = 300	DCCC = 800
II = 2	VII = 7	XXX = 30	LXXX = 80	CD = 400	CM = 900
III = 3	VIII = 8	XL = 40	XC = 90	D = 500	M = 1000
IV = 4	IX = 9	L = 50	C = 100	DC = 600	MM = 2000
V = 5	X = 10	LX = 60	CC = 200	DCC = 700	
Beispiele: 99 = XCIX; 555 DLV; 753 = DCCLIII; 999 = CMXCIX; 1995 = MCMXCV					

Regeln für Auf- und Abrunden von Dezimalzahlen (DIN 1333)
Dezimalzahlen werden gerundet, wenn der genaue Wert zu viele Stellen besitzt
Abrunden: Ist die Ziffer, die über die anzugebende Stellenzahl hinausgeht kleiner als 5, ist abzurunden. z.B. Zwei Stellen nach dem Komma sind anzugeben: 4,564 ≈ 4,56
Aufrunden: Ist die Ziffer, die über die anzugebende Stellenzahl hinausgeht gleich oder größer als 5, ist aufzurunden. z.B. Drei Stellen nach dem Komma sind anzugeben: 63,6345 ≈ 63,635
Wiederholtes Runden: Soll eine schon gerundete Zahl nochmals gerundet werden (weil z.B. die Stellenzahl nochmals verkleinert wird), ist von der ursprünglichen Zahl auszugehen. z.B. 63,6345 gerundet auf ≈ 63,635; abermalige Rundung aber ≈ 63,63 oder 5,48 ≈ 5,5 ≈ 5 ; oder π = 3,14159 ≈ 3,142

1. Allgemeines Rechnen

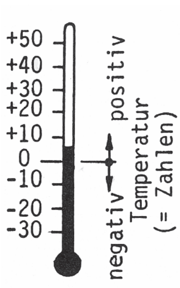
1.1 Grundrechenarten

Übersicht

Rechenart	Rechenzeichen	Beispiel	Ergebnis
1. Zusammenzählen oder addieren, Addition	+ plus, und Strichrechnung	5 + 3 = 8	Summe
2. Abziehen oder Subtrahieren, Subtraktion	– minus, weniger Strichrechnung	5 – 3 = 2	Differenz
3. Malnehmen oder vervielfachen, multiplizieren, Multiplikation	· × mal Punktrechnung	5 · 3 = 15	Produkt
4. Teilen oder dividieren Division	: – geteilt durch Punktrechnung	15 : 3 = 5	Quotient

1.1.1 Rechnen mit positiven und negativen Zahlen

Begriffserläuterung:



1. Zahlen ordnen
2. Pluszahlen und Minuszahlen getrennt addieren
3. Summen voneinander abziehen

Beispiel:

100 + 30 – 15 – 60 – 140 + 50 = ?

100 + 30 – 15 – 60 – 140 + 50 = 180 – 215

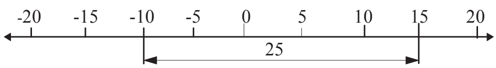
$= \underline{\underline{-35}}$

Bei Celsius- Temperatureinheiten erstreckt sich die Skala von Wärmewerten (+) zu Kältewerten (-). Sinkt die Temperatur von +30°C um 40°C, so zeigt das Thermometer –10°C an.

Auch Zahlen können in den Bereich unter Null erweitert werden. Man kann so eine größere Zahl von einer kleineren abziehen.

Beispiel: 15-25 = ?

Lösung:



15 – 25 = –10

Genauso können auch mehrere positive und negative Zahlen in einer Aufgabe voneinander abgezogen oder zusammengefasst werden, so wie Guthaben und Schulden!

1.1.2 Multiplizieren und Dividieren

Malnehmen:

Zahlen (Multiplikatoren) dürfen in beliebiger Reihenfolge miteinander **m u l t i p l i z i e r t** werden.

$$5 \cdot 6 = 6 \cdot 5$$
$$3 \cdot 4 \cdot 7 = 4 \cdot 7 \cdot 3 = 7 \cdot 3 \cdot 4$$

Werden Zahlen multipliziert, von denen eine kleiner ist als 1, wird das Ergebnis immer kleiner als der größte der Multiplikatoren.

$$10 \cdot 0{,}5 = 5$$
$$0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}16$$
$$0{,}1 \cdot 150 = 15$$

Teilen:

Zahlen (Divisoren) dürfen nur in der vorgeschriebenen Reihenfolge **d i v i d i e r t** werden

$$15 : 3 = 5$$
$$(3 : 15 = 0{,}2)$$

Wird eine kleinere Zahl durch eine größere geteilt, ist das Ergebnis stets kleiner als 1.

$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Vorzeichen beim Multiplizieren und Dividieren:

+ mal/geteilt + ergibt +	$3 \cdot 5 = (+3) \cdot (+5) = 15$ $35 : 7 = (+35) : (+7) = 5$	Gleiche Vorzeichen ergeben +
– mal/geteilt – ergibt +	$-3 \cdot -5 = (-3 \cdot (-5) = 15$ $-35 : -7 = (-35)/(-7) = 5$	Gleiche Vorzeichen ergeben +
+ mal/geteilt – ergibt –	$3 \cdot -5 = (+3\ ) \cdot (-5) = -15$ $35 : -7 = (+35) : (-7) = -5$	ungleiche Vorzeichen ergeben -
– mal/geteilt + ergibt –	$-3 \cdot 5 = (-3) \cdot (+5) = -15$ $-35 : 7 = (-35) : (+7) = -5$	ungleiche Vorzeichen ergeben -

1.1.3 Strich- und Punktrechnung in einer Aufgabe

$$4 \cdot 30 - 20 = 120 - 20 = 100$$
$$81 : 9 - 48 : 6 = 1$$

☞ **Punktrechnung (· :) geht vor Strichrechnung (+ -)**

1.1.4 Rechnen mit Klammerwerten

[(3 · 4 + 16 - 8) + 4 · 6] : (34 - 23) = ?

Zuerst Werte in der Klammer ausrechnen. Beginnen Sie bei der innersten Klammer

Lösung:

[(12 + 16 - 8) + 24] : 11

(20 + 24) : 11

44 : 11 = 4

Beispiele Klammerrechnen:

3 + (12 + 6)	= 3 +12 + 6 = 21	25 - (8 + 5) = 25 - 8 - 5	= 12
24 - (6 - 4)	= 24 - 6 + 4 = 22	18 - (6 - 4) = 18 - 6 + 4	= 16
5 · (6 + 3)	= 5 · 6 + 5 · 3	= 30 + 15	= 45
7 · (5 - 8)	= 7 · 5 - 7 · 8	= 35 - 56	= - 21
(a + b) · (a + b)	$= (a + b)^2$	$= a^2 + ab + ab + b^2$	$= a^2 + 2ab + b^2$
(a - b) · (a - b)	$= (a - b)^2$	$= a^2 - ab - ab + b^2$	$= a^2 - 2ab + b^2$
(a - b) · (a + b)	$= a^2 + ab - ab - b^2$	$= a^2 - b^2$	
(4 + 3) : (5 - 2)	$= \frac{(4+3)}{(5-2)} = \frac{7}{3}$		

$\left\{ 4 \cdot \left[(5+3) + (12-6) \right] \right\} - 3 =$ Lösungsweg: Klammerauflösung von innen nach außen!

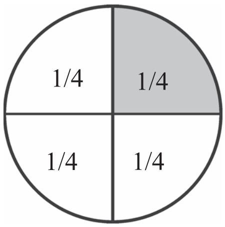
$\left\{ 4 \cdot [8 + 6] \right\} - 3 = (4 \cdot 14) - 3 = 56 - 3 = 53$

Aufgaben Nr. 1/11: Klammerrechnen

1. 15 + (3 - 2) + (7+9) =
2. 3 - (7 + 4) + (1 + 5) =
3. 7 x (6 - 3) =
4. 20 : (7 - 2) =
5. [23 - (2 + 6)] =
6. [13 - (12 - 7)] · (3 + 4) =
7. [7 + (24 - 20) : (20 - 16) + 24 - 20 : 20 - 16] · 4 =
8. 5 - {3 [(16 - 7) : (4 + 5) + (31 - 29) · 5] - (27 - 22) · 6} =

1.2 Bruchrechnen

1.2.1 Arten der Brüche



Teile eines Ganzen bezeichnet man als Brüche. Teilt man ein Ganzes in vier Teile, erhält man vier Viertel.

Schreibweise: 1:4; $\frac{1}{4}$; ¼

Benennung: $\frac{1}{4}$ 1 – Zähler, 4 – Nenner

Der Zähler gibt die Anzahl, der Nenner die Aufteilung an

Bruchart	Beispiele	Erläuterung
Echter Bruch < 1	$\frac{1}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5};\frac{6}{9}$	Der Zähler ist kleiner als der Nenner
Unechter Bruch > 1	$\frac{4}{3};\frac{7}{5};\frac{24}{16};\frac{18}{12}$	Der Zähler ist größer als der Nenner
Gemischte Zahl	$1\frac{2}{3};4\frac{1}{4};2\frac{11}{12}$	Ganze Zahl mit Bruch $1\frac{2}{3}=1+\frac{2}{3}$
Gleichnamige Brüche	$\frac{2}{8};\frac{4}{8};\frac{5}{8};\frac{8}{8}$	Alle Nenner sind gleich
Ungleichnamige Brüche	$\frac{1}{2};\frac{3}{4};\frac{5}{7};\frac{12}{9}$	Die Nenner sind ungleich
Scheinbrüche	$\frac{4}{4};\frac{7}{7};\frac{9}{9};\frac{11}{11}$ $\frac{3}{1};\frac{7}{1};\frac{9}{1};\frac{14}{1}$	Zähler gleich Nenner Zähler mit dem Nenner 1

1.2.2 Umwandeln von Brüchen

Erweitern:

Zähler und Nenner sind mit der gleichen Zahl zu vervielfachen

$$\frac{1(\cdot 3)}{3(\cdot 3)}=\frac{3}{9};\quad \frac{4(\cdot 2)}{3(\cdot 2)}=\frac{8}{6}$$

Der Wert des Bruchs bleibt gleich!

Kürzen:

Zähler und Nenner sind durch die gleiche Zahl zu teilen.

$$\frac{4(:2)}{12(:2)} = \frac{2(:2)}{6(:2)} = \frac{1}{3}$$

Der Wert des Bruchs bleibt gleich! Der Bruch wird vereinfacht.

Merke:
Nicht aus einer Summe kürzen!

$$\frac{4+1}{8} = \frac{5}{8}$$

Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen!

Erweitern von Dezimalzahlen:

Dezimalzahlen erweitert man je nach Stellenzahl mit dem Vielfachen von 10

$$\frac{0{,}2}{0{,}5} = \frac{0{,}2 \cdot 10}{0{,}5 \cdot 10} = \frac{2}{5} \quad \text{oder} \quad \frac{7}{0{,}035} = \frac{7 \cdot 1000}{0{,}035 \cdot 1000} = \frac{7000}{35} = 200$$

1.2.3 Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Gleichnamige Brüche werden zusammengezählt oder voneinander abgezogen, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert. Der Nenner bleibt unverändert.

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{7}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2+3+7-1}{8} = \frac{11}{8}$$

$$3 + \frac{3}{5} + 4\frac{2}{5} = 3 + 4 + \frac{3+2}{5} = 7\frac{5}{5} = 8$$

Ungleichnamige Brüche können nur dann zusammengezählt oder abgezogen werden, wenn sie gleiche Nenner haben. Man sucht einen gemeinsamen Nenner, den

Hauptnenner

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1(\cdot 2)}{2(\cdot 2)} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Der gemeinsame Nenner ist 4

Ermittlung des Hauptnenners und Lösungsweg:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{14}{18} =$$

1. Teile alle Nenner durch 2; 3; 5; 7; 9; usw.
Ist die Teilbarkeit nicht gegeben (hier z.B. bei 3 und 5), wird mit der nächsten ungeraden Zahl weiter geteilt.

$$\begin{array}{cccc|l} 4 & 7 & 9 & 18 & :2 \\ 2 & 7 & 9 & 9 & :2 \\ 1 & 7 & 9 & 9 & :7 \\ 1 & 1 & 9 & 9 & :9 \\ \underline{1} & \underline{1} & \underline{1} & \underline{1} & \underline{:1} \end{array}$$

2. Multipliziert man die Teiler erhält man den Hauptnenner.

$$2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9 = 252$$

252 ist der kleinste gemeinsame Nenner.

3. Alle Brüche auf den Hauptnenner sind zu erweitern:

z.B.: Der Nenner 4 geht 63-mal in den Hauptnenner, die Erweiterungszahl ist 63!

$$\frac{3\cdot 63}{4\cdot 63}+\frac{5\cdot 36}{7\cdot 36}-\frac{7\cdot 28}{9\cdot 28}+\frac{14\cdot 14}{18\cdot 14}=$$

$$\frac{189}{252}+\frac{180}{252}-\frac{196}{252}+\frac{196}{252}=$$

4. Die weitere Rechnung ist wie mit gleichnamigen Brüchen:

$$\frac{189+180-196+196}{252}=\frac{369}{252}=\underline{\underline{1\frac{117}{252}}}$$

1.2.4 Multiplizieren von Brüchen

Bruch mit Bruch

Der Zähler wird mit Zähler, der Nenner mit Nenner vervielfacht

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 7}=\frac{15}{28}$$

Ganze Zahl mit Bruch

Der Zähler des Bruchs wird mit der ganzen Zahl vervielfacht.

$$5\cdot\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 3}{4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$$

oder: $3\cdot 5+\frac{1\cdot 5}{3}=15+\frac{5}{3}=\underline{\underline{16\frac{2}{3}}}$

Gemischte Zahl mit ganzer Zahl

Die gemischte Zahl wird in einen unechten Bruch verwandelt.

$$3\frac{1}{3}\cdot 5=\frac{10}{3}\cdot 5=\frac{10\cdot 5}{3}=\frac{50}{3}=16\frac{2}{3}$$

1.2.5 Dividieren von Brüchen

Bruch durch ganze Zahl

Der Nenner wird mit der ganzen Zahl vervielfacht.

$$\frac{1}{5}:4=\frac{1}{5\cdot 4}=\frac{1}{20}$$

Ganze Zahl durch Bruch

Die ganze Zahl wird mit dem Kehrwert des Bruchs vervielfacht.

$$5:\frac{3}{4}=5\cdot\frac{4}{3}=\frac{5\cdot 4}{3}=\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}$$

Bruch durch Bruch

Der erste Bruch wird mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs vervielfacht.

$$\frac{3}{4}:\frac{5}{7}=\frac{3\cdot 7}{4\cdot 5}=\frac{21}{20}$$

1.2.6 Rechnen mit Doppelbrüchen

> Hat ein Bruch im Zähler und im Nenner einen Bruch, heißt er Doppelbruch.

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}}; \qquad \frac{4-\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}+5}$$

Hinweis:
Bruchstrich steht für „geteilt durch“

Lösungsansatz:

1. Man ersetzt den mittleren Bruchstrich durch das Teilungszeichen „:“.
2. Weiterrechnung wie beim Dividieren von Brüchen!

$$\frac{3\frac{1}{4}}{\frac{2}{4}} = 3\frac{1}{4}:\frac{2}{4} = \frac{13\cdot 4}{4\cdot 2} = \frac{52}{8} = 6\frac{4}{8} = 6\frac{1}{2}$$

Aufgaben 1.2/15 : Bruchrechnen

1. Wandeln Sie folgende Brüche um:
$\frac{12}{3}, \frac{27}{9}, \frac{4}{0{,}5}, 3\frac{1}{4}, 7\frac{4}{5}, \frac{0{,}4}{0{,}2}$

2. Vervollständigen Sie die Brüche:
$\frac{3}{5} = \frac{}{20}, \quad \frac{6}{3} = \frac{}{24}, \quad \frac{12}{6} = \frac{144}{}$

16. $\left\{3+\left[9\cdot(6-3)\left(5+\frac{12}{2}\right)\right]-3\cdot 2\right\}\cdot 8-4\frac{1}{2}=$

17. $\left(\frac{2\cdot 0{,}8+3\cdot\frac{2}{3}}{3\frac{1}{5}}\right)\cdot\left(4\frac{1}{2}-3\frac{1}{7}\right)=$

Lösen Sie die Aufgaben:

3. $\frac{1}{3}+\frac{2}{4}=$

5. $2\frac{1}{2}+\frac{4}{5}-4\frac{5}{12}+5\frac{3}{5}-\frac{9}{12}=$

6. $2+4:3-7+\frac{6}{2}=$

8. $3\frac{1}{3}\cdot 2\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{9}=$

10. $\frac{5}{12}:\frac{24}{6}=$

12. $\frac{6}{9}:12=$

14. $\left[\left(\frac{2}{8}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{4}\right]+8=$

15. $\left(2\frac{1}{3}+1\frac{2}{4}\right):\frac{4}{6}-1\cdot\frac{3}{8}=$

4. $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{1}{6}+\frac{4}{7}=$

7. $\frac{12}{4}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}=$

9. $\frac{6}{4}:\frac{4}{3}=$

11. $23{,}4:\frac{7}{5}=$

13. $\frac{\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{3}{8}}{\left(\frac{7}{9}-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{1}{3}}=$

18. $\frac{5\left(7\frac{2}{5}-6{,}05\right)}{6+\frac{3}{4}}=$

19. $\left(\frac{2{,}5+\frac{1}{4}-\frac{3}{12}}{1{,}5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{8}\right)=$

20. $\frac{3\frac{4}{5}\left(2{,}75-2\frac{3}{4}\cdot 3\right)}{4\frac{1}{5}-3\frac{1}{10}}=$

21. $\frac{\left(3\frac{2}{5}\cdot 2{,}25-1\frac{2}{3}\cdot 4\right)-\frac{1}{3}}{4\frac{1}{5}-2\frac{1}{6}}=$

22. $\frac{\left[\left(2{,}5\cdot 1{,}4+\frac{1}{3}\right)-\left(2\frac{1}{4}+3\frac{2}{6}\right)\right]\cdot\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3+\frac{3}{7}\right)}=$

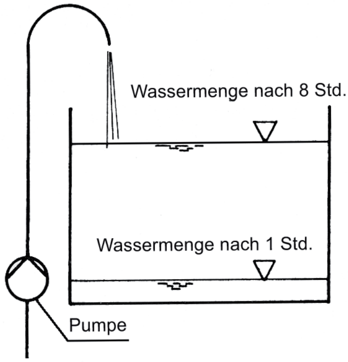
1.3 Dreisatz

1.3.1 Der einfache Dreisatz

Dreisatzrechnen wird auch Schlussrechnen genannt, da mit Hilfe von zwei oder drei Rechenschritten auf die Einzahl und Mehrzahl geschlossen werden kann, um eine unbekannte Größe zu finden.

Zweisatz:
Man schließt von der Einzahl auf die Mehrzahl!

Beispiel:
Eine Pumpe fördert pro Stunde 200m³ Wasser. Welche Wassermenge wird in 8 Stunden gefördert?



Ansatz:

In 1 Std. 200 m^3
In 8 Std. ? m^3

$200\ m^3 \cdot 8 = \underline{\underline{1600 m^3}}$

Zweisatz mit umgekehrtem Verhältnis:
Der gefragte Wert nimmt ab.

Beispiel:
Ein Arbeiter benötigt für ein Werkstück 3 Stunden, wie viel benötigen vier Arbeiter?

Ansatz:

1 Arbeiter benötigt 3 Std.
4 Arbeiter benötigen ? Std.

$\frac{3}{4} = 0{,}75$ Std.

Dreisatz:
Drei Sätze geben der Rechnung ihren Namen.

Beispiel:
In drei Stunden werden 600m³ Wasser gefördert. Welche Wassermenge fördert man in 8 Stunden?

Ansatz:
Behauptungssatz:
In 3 Std. fördert man 600m³

Mittelsatz: In 1 Std. $\Rightarrow$? m^3 $= \frac{600 m^3}{3}$

Schlusssatz: In 8 Std. $\Rightarrow$? m^3 $= \frac{600 m^3 \cdot 8}{3}$

$= \underline{\underline{1600 m^3}}$

<u>In 8 Stunden fördert man 1600m³</u>

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis:

Beispiel:
Fünf Arbeiter benötigen für ein Werkstück 15 Std. Welche Zeit benötigen drei Arbeiter?

Ansatz:
Behauptungssatz: 5 Arbeiter benötigen 15 Std.
Mittelsatz: 1 Arbeiter benötigt ? Std.
$15 \cdot 5$ (fünfmal so lang)
Schlusssatz: 3 Arbeiter benötigen ? Std.
$\frac{15 \cdot 5}{3}$ (ein Drittel der Zeit eines Arbeiters)

<u>Drei Arbeiter benötigen 25 Stunden</u>

1.3.2 Der Zusammengesetzte Dreisatz

Beispiel:
4 Pumpen fördern in 2 Stunden $1600m^3$ Wasser. Wie viel m^3 fördern 3 Pumpen in 5 Stunden?

Sind mehr als drei Angaben gemacht, benötigt man mindestens zwei Schlusssätze!

Ansatz:

Behauptungssatz:	4 P. in 2 Std.	$1600m^3$	
Fragesatz:	1 P. in 2 Std.	?	$\frac{1600m^3}{4}$
Mittelsatz:	1 P. in 1 Std.	?	$\frac{1600m^3}{4 \cdot 2}$
1. Schlusssatz:	1 P. in 5 Std.	?	$\frac{1600m^3 \cdot 5}{4 \cdot 2}$
2. Schlusssatz:	3 P. in 5 Std.	?	$\frac{1600m^3 \cdot 5 \cdot 3}{4 \cdot 2}$

<u>Drei Pumpen fördern in fünf Stunden $3000m^3$ Wasser!</u>

Aufgaben 1.3/17-18: Dreisatz

1. Zwei Bäderangestellte verdienen im Monat 3.640,00 Euro. Wie viel verdienen sieben Bäderangestellte?

2. 600 m^3 Wasser werden in 7 Stunden gefördert. Welche Wassermenge ergibt sich nach 3 Stunden?

3. Zwei Arbeiter benötigen für $400m^2$ Flächenreinigung 6 Stunden. Welche Zeit benötigen 5 Arbeiter?

4. Zur Verdünnung von 4 Liter Reinigungsmittel wurden 15 Liter Wasser vorgeschrieben. Wie viel Liter Wasser sind zur Verdünnung von 3 Liter Reinigungsmittel erforderlich?

5. Ein Flockungsmittelbehälter mit 20 l Aluminiumsulfat reicht bei stetiger Zugabe in den Badewasserkreislauf 25 Tage. Wie viel Behälter sind bei gleicher Dosierung für 1 Jahr erforderlich?

6. Die Chlorgasdosierungsanlage eines Aufbereitungskreislaufs steht im Mittel auf 180g/h. Nach wie viel Tagen muss die angeschlossene Chlorflasche mit 50 kg gewechselt werden?

7. Um 2° Härte des Wassers abzubauen, sind 36,8 g technische. Schwefelsäure erforderlich. Wie viel Gramm Schwefelsäure benötigt man, um 14° Härte abzubauen? (Annahme: Verhältnis gleich!)

8. Um $120m^3$ Beckenwasser aufzuwärmen benötigt man 350kJ. Welche Wärmemenge ist unter gleichen Voraussetzungen zur Erwärmung von 1800 m^3 Wasser erforderlich?

9. 2 Pumpen fördern in 8 Stunden $2.400m^3$ Wasser. Welche Wassermenge fördern 5 gleiche Pumpen in 348 Stunden?

10. Zwei Gebläseventilatoren wälzen in acht Stunden $900m^3$ Luft um. Wie lang brauchen fünf Ventilatoren von der gleichen Bauart und Leistung, um $1.200m^3$ umzuwälzen?

11. In einem Hallenbad brannten im Durchschnitt 40 Lampen. Im Monat wurde ein Verbrauch von 320kWh gemessen. Wie hoch ist der Verbrauch von 30 gleichen Lampen, die ein Jahr brennen? (1 Tag = 10 Std., 1 Monat = 30 Tage, 1 Jahr = 360 Tage)

Fortsetzung der Aufgaben **3**/17-18

12. Drei Schwimmbecken gleicher Größe benötigen in 6 Tagen 1.600m³ Füllwasser. Wie viel Füllwasser braucht man für 7 gleich große Becken in 30 Tagen?

13. Um wie viel Sekunden ändert sich eine Weltrekordzeit, wenn eine Strecke, die bisher mit 0,52m/s in 104s geschwommen wurde, jetzt mit 0,54 m/s zurückgelegt wird?

14. Es sollen 20 Liter Reinigungsflüssigkeit in der Verdünnung 1:5 angesetzt werden. Wie viel Liter Wasser und Reinigungsmittel sind erforderlich?

15. Ein Becken von 2400m³ Fassungsvermögen wird von 3 Pumpen in 18 Stunden gefüllt. Wie lang dauert die Füllung

a) mit 2 Pumpen?

b) mit 3 Pumpen, wenn bei halber Beckenfüllung eine Pumpe ausfällt?

c) mit 3 Pumpen, wenn nach 12 Stunden eine Pumpe ausfällt?

16. Ein Freibad hat einen Schwimmbeckenwasserinhalt von 1255m³. Zur Algenbekämpfung wird ein flüssiges Algizid verwendet. In der Gebrauchsanweisung stehen folgende Anwendungsdaten:

Erstbehandlung 1,5 Liter Algizid pro 110m³ Schwimmbeckenwasserinhalt; wöchentliche Zugabemenge 0,6 Liter Algizid pro 110m³ Schwimmbeckenwasserinhalt.

a)Berechnen Sie den Erstbedarf an flüssigem Algizid in Litern!

b) Berechnen Sie den Dauerbedarf an flüssigem Algizid, wenn die Badesaison 20 Wochen dauert, in Litern!

c) Wieviel Liter flüssiges Algizid wird insgesamt pro Badesaison benötigt?

17. 4 Pumpen fördern in 24 Stunden 9600m³ Beckenwasser.

17.1 Wie viel m³ Beckenwasser fördern 3 Pumpen?

17.2 Um wie viel % ist die tägliche Fördermenge gesunken?

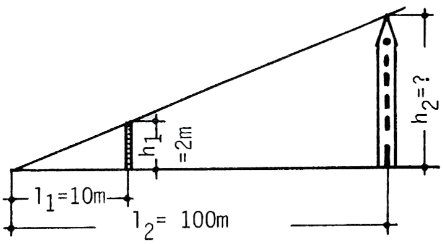
18. Eine Pumpe mit 75m³/h Förderleistung wälzt ein Schwimmbecken in drei Stunden um. In welcher Zeit (h, und min) würde eine Pumpe die Umwälzung mit 100m³/h durchführen?

1.3.3 Angewandter Dreisatz (Proportionalität)

Vierstreckensatz

Schneiden Parallelen zwei Geraden, die von einem Punkt ausgehen, so sind die Längen proportional und mit Hilfe des Dreisatzes zu berechnen!

Beispiel:
In der nebenstehenden Skizze verhält sich die Höhe des Mess-Stabs zur Länge l_1 (vom Ausgangspunkt bis zum Mess-Stab), wie die Höhe des Turms zur Länge l_2 (vom Ausgangspunkt bis zum Turm).



Lösung mit Hilfe des Dreisatzes:

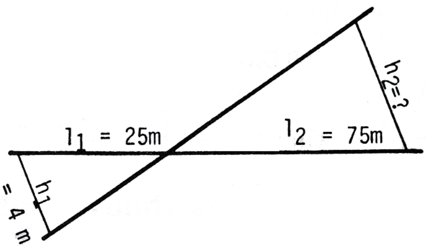
Nach 10m ist die Höhe 2m
Nach 100m ist die Höhe ?m

$$h_2 = \frac{h_1 \cdot l_2}{l_1} = \frac{2m \cdot 100m}{10m} = 20m$$

Die Lösung kann auch nach dem Verhältnissatz erfolgen:

$$h_1 : l_1 = h_2 : l_2 \qquad h_2 = \frac{h_1 \cdot l_2}{l_1}$$

Beispiel:
Ermitteln Sie den Abstand h_2 in der nebenstehenden Skizze!



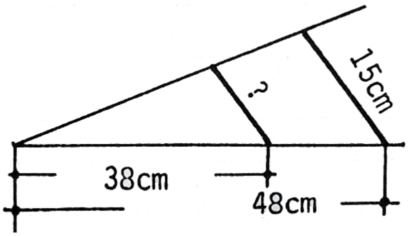
Lösung:

Bei 25m --- 4 m Länge
Bei 75m --- ? m Länge

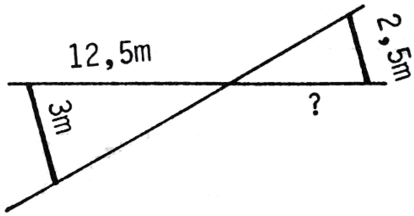
$$h_2 = \frac{h_1 \cdot l_2}{l_1} = \frac{4m \cdot 75m}{25m} = \underline{\underline{12m}}$$

Aufgaben 1.3/19: Angewandter Dreisatz

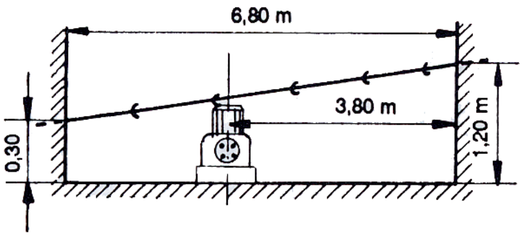
1. Ermitteln Sie die gesuchte Strecke!



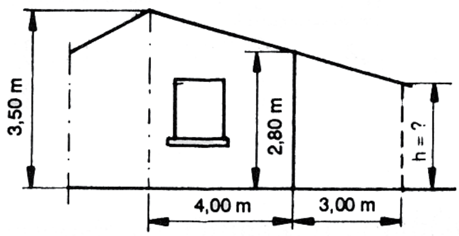
2. Ermitteln Sie die gesuchte Strecke



3. Eine Leitung ist mit Gefälle verlegt. Ermitteln Sie, ob eine Pumpe mit einer Einbauhöhe von 0,60m im Abstand von 3,80m von der rechten Wand installiert werden kann!



4. Der Dachüberstand des Garderobegebäudes soll um 3,00m verlängert werden. Überprüfen Sie, ob die Höhe noch nach den Bauvorschriften (> 2,50m) ausreicht!

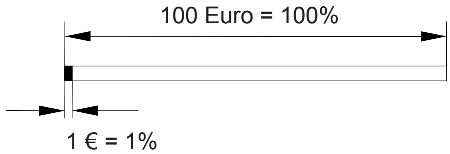


1.4 Prozentrechnen

Prozent (%) bedeutet vom Hundert,
so sind:

1 % von 100 € = $\frac{100€}{100}$ = 1 €

Prozentsatz — Grundwert — Prozentwert



Prozentsatz = p; Grundwert = g; Prozentwert = w

Erläuterung:

Prozentsatz: p — Gibt die Anzahl der Hundertstel an.

$$p = \frac{w \cdot 100}{g}$$

Grundwert: g — Ist das Ganze, von dem der %-Satz ermittelt wird.

$$g = \frac{w \cdot 100}{p}$$

Prozentwert: w — Ist der Teil des Grundwertes, der dem %-Satz entspricht.

$$w = \frac{g \cdot p}{100}$$

Beispiele:

Lösung mit dem Dreisatz		Lösung mit der Formel
1. Wie viel % sind 30 m^3 von 600 m^3? Ansatz $600m^3 = 100\ \%$ $30m^3 = ?\ \%$	$600m^3 = 100\%$ $1m^3 = \frac{100\%}{600}$ $30m^3 = \frac{100\% \cdot 30}{600}$ $= \underline{\underline{5\%}}$	$p = \frac{w \cdot 100}{g}$ $p = \frac{30 \cdot 100}{600}$ $p = \underline{\underline{5\%}}$
2. 30m^3 sind 5 % von wie viel m^3? Ansatz $5\ \% = 30m^3$ $100\ \% = ?\ m^3$	$5\% = 30m^3$ $1\% = \frac{30m^3}{5}$ $100\% = \frac{30m^3 \cdot 100}{5}$ $= \underline{\underline{600m^3}}$	$g = \frac{w \cdot 100}{p}$ $g = \frac{30 \cdot 100}{5}$ $g = \underline{\underline{600m^3}}$