

Hendrik Schröder / Volker Clausen
Andreas Behr (Hrsg.)

**Essener Beiträge
zur empirischen
Wirtschaftsforschung**

Festschrift für
Prof. Dr. Walter Assenmacher

RESEARCH



Springer Gabler



GfK Verein

Essener Beiträge zur empirischen Wirtschaftsforschung

Hendrik Schröder • Volker Clausen
Andreas Behr (Hrsg.)

Essener Beiträge zur empirischen Wirtschaftsforschung

Festschrift für Prof. Dr. Walter Assenmacher

Herausgeber
Hendrik Schröder
Volker Clausen

Andreas Behr

Springer Gabler
ISBN 978-3-8349-3095-8
DOI 10.1007/978-3-8349-3635-6

ISBN 978-3-8349-3635-6 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2012

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Einbandentwurf: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE.
Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-gabler.de



Professor Dr. Walter Assenmacher

Vorwort

Eine Festschrift ist ein *liber amicorum*, eine Gabe der Freunde an eine zu ehrende Person. Die Freunde würdigen mit ihren Beiträgen das akademische Schaffen und ihre kollegiale Verbundenheit. Diese gute alte akademische Tradition ist in den letzten Jahren eine zunehmend seltener geübte Praxis. Denn seit geraumer Zeit zählen in der akademischen Vita nur noch referierte Artikel, die in Zeitschriften mit hoher Reputation erscheinen. Festschriften und ihre Artikel tauchen nach unserer Kenntnis in keinem Ranking auf. Umso mehr freut es uns, dass viele Kollegen und Weggefährten des zu Ehrenden sich die Zeit genommen haben, um an diesem Werk mitzuwirken.

Mit dieser Festschrift würdigen wir, die *amici*, unseren Kollegen Professor Dr. Walter Assenmacher und sein akademisches Wirken über die letzten 40 Jahre, vor allem an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Universität Duisburg-Essen. Während zu Beginn seiner Tätigkeit die Ökonometrie und die empirische Wirtschaftsforschung an vielen deutschen Universitäten noch Spezialgebiete waren und eher ein Nischendasein geführt haben, sind sie mittlerweile an vielen Universitäten in Forschung und Lehre deutlich aufgewertet worden. Seit dem Jahr 2000 setzt – beginnend mit der Einführung des Bachelor-Studiengangs in Volkswirtschaftslehre – auch die Fakultät für Wirtschaftswissenschaften einen immer stärkeren Akzent auf die empirische Wirtschaftsforschung. Mittlerweile sind Veranstaltungen zur Ökonometrie im Pflichtkanon zahlreicher Studiengänge verankert.

Diese Festschrift vermittelt einen Eindruck von der Anwendungsbreite der empirischen Wirtschaftsforschung in Essen. Alle Autorinnen und Autoren arbeiten an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften am Campus Essen der Universität Duisburg-Essen oder haben einen Teil ihres akademischen Werdegangs in Essen absolviert. Die Inhalte reichen von methodischen Beiträgen zu den Eigenschaften bestimmter Schätzmethoden über Beiträge zur Konjunkturforschung, zur empirischen Kapitalmarktforschung und zur Marketingforschung bis hin zu der Frage, inwieweit Juristen, die nach einem gängigen Vorurteil nicht rechnen (können), bisweilen in der Rechtsprechung auch die Statistik bemühen. Dieses breite Spektrum unterstreicht die Anwendungsvielfalt empirischer Forschung in den Wirtschaftswissenschaften.

Walter Assenmachers akademischer Werdegang ist durch seine Essener Zeit maßgeblich geprägt. Nach dem Abitur im Jahre 1965 am Städtischen Gymnasium in Mülheim an der Ruhr studierte er Volkswirtschaftslehre an den Universitäten München und Heidelberg. Im Jahr 1975 wurde er an der Universität Dortmund mit einer Untersuchung zur Theorie der Kapitalkosten und Investitionen für Aktiengesellschaften unter Unsicherheit promoviert. Nach Tätigkeiten als wissenschaftlicher Assistent an den Universitäten Dortmund und Essen sowie als Akademischer Oberrat für Ökonometrie und Volkswirtschaftstheorie in Essen erhielt er 1992 den Ruf auf den Lehrstuhl für Ökonometrie an der Europa-Universität Frankfurt an der Oder. Seit 1993 ist er Professor für Statistik und Ökonometrie an der Universität GH Essen, die seit 2003 Teil der Universität Duisburg-Essen ist.

Die Forschungsschwerpunkte von Walter Assenmacher liegen in der ökonomischen Quantifizierung dynamischer ökonomischer Systeme, in der makroökonomischen Zeitreihenanalyse sowie in der wissenschaftstheoretischen Fundierung der empirischen Wirtschaftsforschung. Der nachfolgende Auszug aus seinem Schriftenverzeichnis dokumentiert seine zentralen Veröffentlichungen in diesen Forschungsgebieten. Sein tatsächlicher Wirkungsgrad an der Fakultät geht jedoch weit über diese Bereiche hinaus. Ökonometrische Methoden werden mittlerweile in den unterschiedlichsten Arbeitsgebieten eingesetzt, wobei Walter Assenmacher für methodische Fragen immer ein offenes Ohr hatte und beratend zur Seite stand. Die vorliegende Festschrift dokumentiert dies eindrücklich. Einige Beiträge dieser Festschrift knüpfen an seine früheren Buch- oder Zeitschriftenveröffentlichungen an, andere gehen in verwandten Disziplinen wie etwa der Betriebswirtschaftslehre auch weit darüber hinaus.

Walter Assenmacher hat in seiner akademischen Laufbahn der Qualität seiner Lehre sehr viel Aufmerksamkeit gewidmet. Er hat insgesamt vier Lehrbücher veröffentlicht: zur deskriptiven Statistik, zur induktiven Statistik, eine Einführung in die Ökonometrie und ein Lehrbuch zur Konjunkturtheorie. Seine „Einführung in die Ökonometrie“ ist derzeit in der 8. Auflage erhältlich und zählt zu den Standardwerken der ökonomischen Ausbildung in Deutschland. Zahlreiche weitere, eher didaktisch orientierte Beiträge unterstreichen seine Kompetenzen als Hochschullehrer. In seiner nunmehr etwa 40jährigen Tätigkeit am Campus Essen hat er unzählige Studierende mit den Grundlagen und Anwendungen der Statistik und empirischen Wirtschaftsforschung vertraut gemacht.

Ein weiteres Anliegen Walter Assenmachers liegt im Transfer wissenschaftlicher Methoden in die unternehmerische Praxis. Auch hier kommen moderne und fortgeschrittene Methoden der Ökonometrie zum Einsatz. So verwendet ein großes Energieversorgungsunternehmen seit vielen Jahren ein von ihm entwickeltes Modell zur Prognose der Energielastverteilung. Weitere Projekte beschäftigen sich mit dem Anwendungspotenzial neuerer hedonischer Preisindices bei der Bewertung von Immobilien. In diese Kategorie fällt auch sein langjähriges Wirken im Herausgebergremium der UNIKATE-Hefte, dem Journal der Universität Duisburg-Essen für den Transfer wissenschaftlicher Methoden und Ergebnisse in die Öffentlichkeit. Im Jahr 2007 war er verantwortlicher Herausgeber des Themenheftes zur „Empirischen Wirtschaftsforschung“ an der hiesigen Fakultät.

Walter Assenmacher ist begeisterter Fußballer und ein leidenschaftlicher Anhänger von Borussia Dortmund, ein Sachverhalt, der speziell bei den großen Ruhr-Derbys bisweilen zu „Friktionen“ innerhalb des Kollegenkreises führt. Er ist auf dem Feld ein Spieler, der sich in der Offensive besonders wohl fühlt und besonders gern Abschlüsse erzielt. Vor allem ist er aber auch ein Mannschaftsspieler, eine Eigenschaft, die auch für sein Wirken innerhalb der Fakultät gilt. Er hatte an der Fakultät zahlreiche Funktionen inne, unter anderem als langjähriger Vorsitzender des Prüfungsausschusses und des Promotionsausschusses. Von 2006 bis 2008 war er geschäftsführender Gründungsdirektor des Institutes für Betriebs- und Volkswirtschaft (IBES) am Campus Essen der Universität Duisburg-Essen. Der Zusammenhalt im Kollegenkreis wird in Essen groß geschrieben.

Die Arbeit an der Universität und im Kollegenkreis hat ihm daher immer ausgesprochen viel Freude bereitet und Freunde, eben *amici*, geschaffen. Das war auch der Grund dafür, dass er seinen Ruhestand noch um zwei Jahre hinausgeschoben hat.

Unser Dank als Herausgeber dieser Festschrift richtet sich zunächst an alle Autorinnen und Autoren, die Beiträge geliefert und ihren Anteil am Gelingen dieses *liber amicorum* haben. Unser spezieller Dank gilt Frau M.A. Sabine Lauderbach, die mit viel Umsicht, Geduld und Geschick für das Layout gesorgt hat. In diesem Zusammenhang danken wir auch dem Gabler-Verlag für die sehr professionelle Unterstützung. Zu guter Letzt danken wir der Gesellschaft für Konsumforschung in Nürnberg (GfK) und insbesondere Herrn Professor Wübbenhorst, einem Alumnus der Fakultät, für die finanzielle Unterstützung bei der Drucklegung dieser Festschrift.

Walter Assenmacher ist ein großer Anhänger der „Rolling Stones“. Ein Liedtitel aus dem Jahr 1972, „Tumbling Dice“, dem Jahr seines Dienstantritts in Essen und der Gründung der Universität-GH Essen, findet sich im Vorwort seines Lehrbuches zur induktiven Statistik. Die Rolling Stones liefern uns auch das Motto für die kommende Zeit: „Ein rollender Stein setzt kein Moos an“. In diesem Sinne hoffen wir, dass Walter Assenmacher auch weiterhin so aktiv und der Fakultät verbunden bleibt und wie bisher noch viele Steine ins Rollen bringt.

Essen, im November 2011

Hendrik Schröder
Volker Clausen
Andreas Behr

Lebenslauf

Prof. Dr. Walter Assenmacher

Nach dem Abitur am Städtischen Gymnasium in Mülheim/Ruhr Studium der Volkswirtschaftslehre an den Universitäten München und Heidelberg. Abschluss: Diplom Volkswirt, Universität Heidelberg. Promotion (Dr. rer. pol.) an der Universität Dortmund. An den Universitäten Dortmund und Essen sowie an der Europa-Universität Viadrina in Frankfurt/Oder Vorlesungen zur Wirtschaftstheorie, Wirtschaftsmathematik, Statistik und Ökonometrie. Seit 1993 Professor für Statistik und Ökonometrie an der Universität Duisburg-Essen, Campus Essen.

Gründungsgemiumsmitglied der Fakultät für Statistik an der Universität Dortmund (1972). Gründungsmitglied der European Economic Association (1985). Von 2006 bis 2008 geschäftsführender Direktor des Institute of Business and Economic Studies (IBES) an der Universität Duisburg-Essen.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----|
| Vorwort | 7 |
| Lebenslauf Prof. Dr. Walter Assenmacher | 11 |
| Inhaltsverzeichnis | 13 |
| Autorenverzeichnis | 15 |
| <i>Andreas Behr, Anastasia Diel, Magdalene Morawietz und Katja Theune</i> | |
| Return Distributions and Bootstrap Goodness-of-fit Tests | 21 |
| <i>Roland Döhrn</i> | |
| Zur Konvergenz von Konjunkturzyklen im Euro-Raum | 39 |
| <i>Volker Clausen und Hannah Schürenberg-Frosch</i> | |
| Unterschiedliche nationale Konsumfunktionen als Quelle konjunktureller Asymmetrien in Europa? | 53 |
| <i>Ludwig Mochty</i> | |
| Stichprobentechnik für Statistik-averse Wirtschaftsprüfer | 75 |
| <i>Robert Czudaj</i> | |
| Money or Output Gap: What Matters for Inflation in the Euro Area? | 107 |
| <i>Ansgar Belke und Andreas Knoedl</i> | |
| Armutsbekämpfung in Entwicklungsländern – Eine empirische Analyse des Wachstums- und Verteilungseffekts wirtschaftspolitischer Maßnahmen | 125 |
| <i>Rafael Gralla und Kornelius Kraft</i> | |
| Betriebsräte, Überbeschäftigung und überhöhte Löhne – Eine Bewertung aus Sicht der Arbeitgeber | 153 |

Werner Nienhäuser

Sieben Versuchungen in der empirischen Personal- und Organisationsforschung..... 169

Nicolas Krämer und Wolfgang Völl

Alumnus, quo vadis? Arbeitszeiten und Gehälter von Essener WiWi-Absolventen in der Praxis..... 185

Rainer Elschen

μ , σ und die Bedeutung fundamentaler Kapitalmarktinformationen..... 199

Ute Schmiel

Entspricht eine steuerliche Gewinnermittlung nach den Grundsätzen ordnungsmäßiger Bilanzierung dem Leistungsfähigkeitsprinzip?..... 217

Andreas Fritz und Christoph Weber

**Kointegration von Energiepreis-Zeitreihen:
Ist „Sein oder Nicht-Sein“ die richtige Frage?..... 237**

Eva Plinta

Zustandsraummodell für kurzfristige Elektrizitätslastprognosen 255

Hendrik Schröder und Andreas Rödl

**Was sind Kunden den Einzelhändlern in der Lebensmittelbranche wert?
Antworten aus den Daten eines Haushaltspanels 273**

Klaus L. Wübbenhorst und Volker Bosch

Modellierung und Messung des Return on Investments von Marketing-Maßnahmen . 293

Wolfgang Hamann

„Iudex non calculat“ – Recht und Statistik..... 307

Ausgewählte Schriften Professor Dr. Walter Assenmacher 317

Autorenverzeichnis

Andreas Behr, Prof. Dr.

Jahrgang 1967, studierte Volks- und Betriebswirtschaftslehre in Frankfurt und Southampton, promovierte 1998 und habilitierte sich im Jahr 2003 an der Universität Frankfurt. Seit 2009 ist er Inhaber des Lehrstuhls für Statistik an der Universität Duisburg-Essen.

Ansgar Belke, Prof. Dr.

promovierte 1995 und habilitierte sich im Jahr 2000 an der Ruhr Universität Bochum. Er war Inhaber des Lehrstuhls für Volkswirtschaftslehre, insbesondere Außenwirtschaft, an der Universität Stuttgart-Hohenheim (C4) und ordentlicher Hochschulprofessor für Volkswirtschaftslehre, insbesondere Makroökonomie, angewandte Ökonomie und Wirtschaftspolitik, an der Hauptuniversität Wien. Momentan ist er Inhaber des Lehrstuhls (W3) für Makroökonomie an der Universität Duisburg-Essen und Forschungsdirektor Internationale Makroökonomie am Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung (DIW), Berlin.

Volker Clausen, Prof. Dr.

Jahrgang 1963, studierte von 1983 bis 1986 Volkswirtschaftslehre an der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, von 1986 bis 1988 an der London School of Economics and Political Science. Als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Geld und Währung von Univ.-Prof. Dr. Manfred Willms wurde er 1992 promoviert. Er habilitierte sich 1999 für das Fach Volkswirtschaftslehre. Nach akademischen Stationen an der Universität Bonn und der Kelley School of Business, Indiana University, Bloomington, ist er seit 2001 Inhaber des Lehrstuhls für Volkswirtschaftslehre, insbesondere Internationale Wirtschaftsbeziehungen, an der Universität Essen, seit 2003 Universität Duisburg-Essen.

Robert Czudaj, M.A. Econ.

Jahrgang 1982, studierte von 2003 bis 2009 Volkswirtschaftslehre an der Universität Duisburg-Essen und der Griffith University, Brisbane. Seit 2009 ist er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie von Univ.-Prof. Dr. Walter Assenmacher. Dort promoviert er seit 2009 für das Fach Volkswirtschaftslehre.

Anastasia Diel, M.Sc.

Jahrgang 1983, studierte von 2005 bis 2011 Volkswirtschaftslehre an der Universität Duisburg-Essen. Seit 2011 ist sie wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Statistik von Univ.-Prof. Dr. Andreas Behr.

Roland Döhrn, Prof. Dr.

Jahrgang 1954, Studium der Volkswirtschaftslehre an der Johannes-Gutenberg-Universität Mainz. 1988 Promotion zum Dr. rer. oec. an der Ruhr-Universität Bochum. Seit 2010 Honorarprofessor an der Universität Duisburg-Essen. Mitarbeiter beim Rheinisch-Westfälischen Institut für Wirtschaftsforschung in Essen seit 1978. Dort seit 1988 Leiter der Forschungs-

gruppe Internationale Wirtschaftsbeziehungen, seit 2002 Leiter des Kompetenzbereichs „Wachstum und Konjunktur“ und damit Verantwortlicher für die Konjunkturprognosen des Instituts sowie dessen Vertreter bei der Gemeinschaftsdiagnose.

Rainer Elschen, Prof. Dr.

Jahrgang 1951, studierte von 1972 bis 1976 Betriebswirtschaftslehre an der Ruhr-Universität Bochum, von 1976 bis 1987 war er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Unternehmensbesteuerung bei Univ.-Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Dieter Schneider. Dort promovierte er 1981 und habilitierte sich 1987 für das Fach Betriebswirtschaftslehre. Nach Lehrstuhlvertretungen in Köln und Trier und einem Ruf nach Bremen hatte er Universitätsprofessuren in Duisburg, Aachen, Halle-Wittenberg und Wuppertal inne, ehe er 1998 den Ruf auf den Lehrstuhl für Finanzwirtschaft und Banken an der heutigen Universität Duisburg-Essen annahm.

Andreas Fritz, Dipl.-Volkswirt

Jahrgang 1980, studierte Volkswirtschaftslehre an der Europa-Universität Viadrina Frankfurt (Oder) und Betriebswirtschaftslehre an der Berufsakademie Berlin. Seit 2007 ist Andreas Fritz wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Energiewirtschaft von Prof. Dr. Christoph Weber an der Universität Duisburg-Essen.

Rafael Gralla, Dipl.-Volkswirt

Jahrgang 1981, studierte von 2002 bis 2007 Volkswirtschaftslehre an der Universität Dortmund und der University of Strathclyde, Glasgow. Seit 2007 ist er als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre (Wirtschaftspolitik) der Technischen Universität Dortmund tätig.

Wolfgang Hamann, Prof. Dr.

Jahrgang 1956, studierte von 1976 bis 1981 Rechtswissenschaften an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster; anschließend absolvierte er den juristischen Vorbereitungsdienst, den er 1985 mit dem Zweiten Juristischen Staatsexamen abschloss; von 1986 bis 2000 war er als Richter in der Arbeitsgerichtsbarkeit in Nordrhein-Westfalen tätig und wurde von 1992 bis 1994 als Richter im Hochschuldienst an die Westfälischen Wilhelms-Universität Münster abgeordnet. Während dieser Zeit promovierte er am Lehrstuhl von Prof. Dr. Peter Schüren zum Dr. iur. Seit dem 1. April 2000 ist Wolfgang Hamann Inhaber des Lehrstuhls für Wirtschaftsprivat- und Arbeitsrecht an der Universität Duisburg-Essen.

Andreas Knoedl, Dr.

Erwarb an der Uni Hohenheim Jahr 2005 seinen Abschluss als Diplom-Ökonom und promovierte dort im Jahr 2011 zum Dr. rer. oec. Er unterrichtet als Gymnasiallehrer in Ravensburg.

Kornelius Kraft, Prof. Dr.

Jahrgang 1955, Studium der Volkswirtschaftslehre an der Universität Heidelberg, Abschluss 1979, Promotion zum Dr. rer. pol. an der Universität Kassel 1984, Habilitation in Volkswirtschaftslehre an der Universität Kassel 1989. Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Wissenschaftszentrum Berlin (WZB) 1980-1986, wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Uni-

versität Kassel 1986-1992. Ordentlicher Professor für Mikroökonomie und Empirische Wirtschaftsforschung an der Universität Fribourg (CH) 1992-1993, Professor für Wirtschaftspolitik an der Universität Essen 1993-2003, seit 2003 Professor für Wirtschaftspolitik an der Technischen Universität Dortmund. Forschungsschwerpunkte sind die Arbeits- sowie Industrieökonomik und die Empirische Wirtschaftsforschung.

Nicolas Krämer, Dr.

Jahrgang 1974, studierte von 1998 bis 2002 Wirtschaftswissenschaften an der Universität Essen, anschließend war er Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Unternehmensrechnung & Controlling von Univ.-Prof. Dr. Ludwig Mochty, wo er 2008 promovierte. Von 2002 bis 2009 war er für KPMG und BearingPoint tätig (diverse Projektleitungen, u.a. bei der GfK), die ersten vier Jahre parallel zur Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter. Von 2002 bis 2010 war er Vorstand des Alumni WiWi Essen e.V., seit 2010 ist er Mitglied des Beirats des Ehemaligenclubs. Seit 2009 leitet Nicolas Krämer den Finanzbereich der Kaiserswerther Diakonie. Zudem ist er Lehrbeauftragter der FOM Hochschule für Ökonomie & Management, Essen.

Ludwig Mochty, Prof. Dr.

Jahrgang 1953, studierte von 1972 bis 1976 Mathematik an der Technischen Universität Wien, absolvierte ein Postgraduate Studium in Betriebswirtschaftslehre und Operations Research am Institut für Höhere Studien (IHS) Wien und in Wirtschaftsinformatik an der Universität Wien. Ab 1979 war er Wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Dr. Jörg Baetge und Prof. Dr. Erich Loitsberger am Institut für Betriebswirtschaftslehre der Universität Wien. Er promovierte 1986 in Technischer Mathematik und habilitierte sich 1992 für das Fach Betriebswirtschaftslehre. Neben seiner akademischen Tätigkeit war Ludwig Mochty ab 1983 Mitarbeiter von Ernst & Young Wien. Seit 1994 ist er Inhaber des Lehrstuhls für Wirtschaftsprüfung, Unternehmensrechnung und Controlling an der Universität Duisburg-Essen.

Magdalene Morawietz, Dipl.-Mathematikerin.

Jahrgang 1982, erwarb 2010 ihren Abschluss in Mathematik mit dem Nebenfach Wirtschaftswissenschaften an der Ruhr-Universität Bochum. Seit 2011 ist sie wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Statistik von Univ.-Prof. Dr. Andreas Behr, Universität Duisburg-Essen.

Werner Nienhüser, Prof. Dr.

Jahrgang 1953, studierte nach einer kaufmännischen Ausbildung Betriebswirtschaftslehre an der Universität-GH Paderborn und an der Universität Mannheim, 1988 Promotion und 1994 Habilitation an der Universität Paderborn. 1994 – 1995 Professor für Management an der Universität Konstanz, seit 1995 Inhaber des Lehrstuhls für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Arbeit, Personal und Organisation, an der Universität Duisburg-Essen. Hauptarbeitsgebiete: Empirische Forschung vor allem in den Feldern Arbeitsbeziehungen/Employment Relations, Mitbestimmung, Arbeitskräftestrategien, "atypische" Beschäftigung, Macht und Personal/Organisation. Auch die Theoriefundierung der Organisations- und Personalforschung ist ein Forschungsgebiet von Werner Nienhüser.

Eva Plinta, Dipl.-Kauffrau

Jahrgang 1979, studierte von 1999 bis 2004 Betriebswirtschaftslehre an der Universität Duisburg-Essen, Campus Essen. In der Zeit von 2005 bis 2011 war sie wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie von Prof. Dr. Walter Assenmacher an der Universität Duisburg-Essen, Campus Essen. Seit September 2011 arbeitet Eva Plinta als Absatzportfoliomanagerin bei der RheinEnergie AG in Köln.

Andreas Rödl, Dr.

Jahrgang 1973, studierte von 1993 bis 2000 Wirtschaftswissenschaften an der Universität Essen, von 2000 bis 2006 war er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Marketing und Handel von Univ.-Prof. Dr. Hendrik Schröder. Dort promovierte er, mit Unterstützung der GfK, 2009 über das Thema Kundenbewertung im Lebensmitteleinzelhandel. Von 2003 bis 2006 hat er als Geschäftsführer des Forschungszentrums für Category Management Unternehmen der Konsumgüterbranche beraten. Von 2002 bis 2009 war er Vorstand des Alumni WiWi Essen e.V., seit 2010 ist er Mitglied des Beirats des Ehemaligenclubs. Seit 2007 ist Andreas Rödl für die adidas AG in Herzogenaurach tätig und leitet dort den Bereich Business Development im globalen Vertrieb.

Ute Schmiel, Prof. Dr.

1997 Abschluss Diplom-Kauffrau. 2001 Promotion zum Dr. rer. oec. an der Gerhard-Mercator Universität Duisburg. 2005 Habilitation an der Universität Duisburg-Essen, Campus Duisburg. 2005-2008 Universitätsprofessorin für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, insbes. Steuerlehre/Prüfungswesen an der Technischen Universität Ilmenau. Seit 2008 Inhaberin des Lehrstuhls für Unternehmensbesteuerung an der Universität Duisburg-Essen, Campus Essen. Forschungsschwerpunkte sind die ökonomische Analyse ausgewählter Fragen der Unternehmensbesteuerung, methodologische Probleme der betriebswirtschaftlichen Steuerlehre sowie ausgewählte Fragen der Wirtschafts- und Unternehmensethik.

Hendrik Schröder, Prof. Dr.

Jahrgang 1959, studierte von 1980 bis 1985 Betriebswirtschaftslehre an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster, von 1985 bis 1995 war er Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Distribution und Handel von Univ.-Prof. Dr. Dieter Ahlert. Dort promovierte er 1988 und habilitierte sich 1995 für das Fach Betriebswirtschaftslehre. Seit 1996 ist Hendrik Schröder Inhaber des Lehrstuhls für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Marketing und Handel, an der Universität Duisburg-Essen und Leiter des Forschungszentrums für Category Management in Essen.

Hannah Schürenberg-Frosch, M.A. Econ.

Jahrgang 1980, kam nach einem Studium in International Business an der Universität Paderborn von 2002 bis 2005 zum Masterstudium der Volkswirtschaftslehre an die Universität Duisburg-Essen, wo sie unter anderem bei Prof. Dr. Walter Assenmacher studierte und als wissenschaftliche Hilfskraft tätig war. Nach einem Forschungspraktikum am Kieler Institut für Weltwirtschaft und dem erfolgreichen Masterabschluss ist sie seit 2007 Promotionsstudentin und wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre, insbesondere Internationale Wirtschaftsbeziehungen von Prof. Dr. Volker Clausen.

Katja Theune, M.A. Econ.

Jahrgang 1983, studierte von 2003 bis 2009 Volkswirtschaftslehre an der Universität Duisburg-Essen. Seit 2009 ist sie wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Statistik von Univ.-Prof. Dr. Andreas Behr. Dort promoviert sie seit 2009 für das Fach Volkswirtschaftslehre.

Wolfgang Völl, Dr.

Jahrgang 1977, studierte von 1998 bis 2002 Wirtschaftswissenschaften an der Universität Duisburg-Essen, von 2003 bis 2008 war er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Wirtschaftsprüfung, Unternehmensrechnung und Controlling von Univ.-Prof. Dr. Ludwig Mochty. Dort promovierte er 2009 über analytische und simulative Ansätze des Projektcontrollings. Von 2009 bis 2010 war er Vorstand des Alumni WiWi Essen e.V., seit 2010 ist er Mitglied des Beirats des Ehemaligenclubs. Seit 2008 ist Wolfgang Völl Business Advisor bei der BearingPoint GmbH in Düsseldorf im Bereich Business Strategy & Transformation.

Christoph Weber, Prof. Dr.

Jahrgang 1964, ist seit 2004 Inhaber des Lehrstuhls für Energiewirtschaft an der Universität Duisburg-Essen. Er hat Maschinenbau an der Universität Stuttgart studiert und im Jahr 1999 im Fach Wirtschaftswissenschaften an der Universität Hohenheim promoviert. Im Rahmen seiner Habilitation im Jahr 2004 und in vielen Forschungsarbeiten hat er sich mit Methoden zur Entscheidungsunterstützung in der Energiewirtschaft unter besonderer Berücksichtigung der relevanten Unsicherheiten beschäftigt. Schwerpunkte seiner Forschung sind dabei Energie- und Risikomanagement, Investitionen im liberalisierten Energiemarkt, kosteneffiziente Integration erneuerbarer Energien, funktionsfähiger Wettbewerb sowie Energieeffizienz und Energienachfrage.

Return Distributions and Bootstrap Goodness-of-fit Tests

Andreas Behr, Anastasia Diel, Magdalene Morawietz und Katja Theune

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Introduction..... | 22 |
| 2 | Flexible parametric return distributions..... | 23 |
| 2.1 | The generalised hyperbolic distribution..... | 23 |
| 2.2 | The Gaussian mixture model and the EM algorithm..... | 24 |
| 2.3 | The generalised logF distribution..... | 25 |
| 3 | Goodness-of-fit test | 26 |
| 3.1 | The Kolmogorov-Smirnov test statistic | 26 |
| 3.2 | Goodness-of-fit test with estimated parameters..... | 26 |
| 3.2.1 | The parametric bootstrap | 27 |
| 3.2.2 | The simulation setup..... | 29 |
| 4 | The distribution of S&P500 monthly rate of return 1871-2011..... | 30 |
| 4.1 | Descriptive Evidence..... | 30 |
| 4.2 | The fit of the flexible models..... | 32 |
| 5 | Conclusions | 36 |

1 Introduction

It is seen as a “stylised fact” that marginal distributions of stock returns have thick tails, are skewed and leptocurtic (see for example Campbell et al. 1997, Eijgenhuijsen and Buckley 1999, Cont 2001 and Behr and Poetter 2007). Therefore, the simple normal distribution is inappropriate to describe empirical return distributions. In response to these “stylised fact” several flexible parametric distributions of returns have been proposed in the literature. The generalised hyperbolic distribution has obtained a fair amount of interest. This five parameter family includes skew leptocurtic densities with thicker tails than the normal while still having moments of all orders (Barndorff-Nielsen 1977, Eberlein and Keller 1995 and Kehler et al. 1999). However, the routine application of the generalised hyperbolic distribution is hampered by the non-existence of a closed form for the distribution function and rather slow simulation methods.

An easy to handle alternative are mixtures of Gaussian normal distributions. Kon (1984) examined daily returns from 30 different stocks and estimated mixtures of Gaussian distributions with two up to four components. Mixture models can be seen as a useful way of generalising a given family of distributions (see for example Badrinath and Chatterjee 1988, Peiro 1994 and Aparacio and Estrada 2001). While there is no closed form for the distribution function of Gaussian mixtures, it can easily be approximated using well known formulae implemented in many well tested software routines. Simulation from Gaussian mixtures is also easy and fast and estimation can conveniently be carried out using the EM algorithm (McLachlan and Krishnan 1997). Nowadays several software packages, e.g. the R programming environment, have EM-based routines implemented.

Another flexible alternative to the normal is the generalised logF distribution allowing for skew leptocurtic densities with slightly thicker tails than the normal. In contrast to the generalised hyperbolic distribution there exist very efficient simulation algorithms. To our knowledge the generalised logF distribution has been applied very rarely in the finance context, the exception being Brown, Spears and Levy (2002) and Behr and Poetter (2007).

In this paper we focus on the question on how to assess the fit of several proposed distributions. As a starting point we consider the Kolmogorov-Smirnov statistic, that is the maximum absolute difference between observed and estimated points of the distribution function. A shortcoming is at first sight that only a single point of the complete probability distribution is taken into account. But as the distribution function is the integrated density function and because the estimated as well as the estimated parametric distributions integrate to 1 the measure can be regarded as a comprehensive measure of the fit.

Our empirical investigation focuses on the monthly returns from the S&P 500 stock index. This data set has been examined extensively in the literature and dates back to 1871 thus enabling to study the stability of the distribution over time.

The aim of our analysis is threefold. First, we present evidence of the non-normality of monthly returns. Secondly, we briefly present the generalised hyperbolic distribution, the mixed Gaussian and the generalised logF model. Thirdly, we approximate the distribution of the Kolmogorov-Smirnov statistic under different hypotheses using simulation techniques.

The paper is structured as follows. In Section 2, we present the distributions, their properties and the estimating methodology. In Section 3, we discuss the proposed bootstrap goodness-of-fit test. In Section 4, we provide descriptive evidence, estimation results and the results of the bootstrap goodness-of-fit tests. Section 5 concludes.

2 Flexible parametric return distributions

Throughout the paper, we denote the monthly return by x_t , calculated as the monthly difference of the logarithm of the price index X :

$$x_t = \log(X_t) - \log(X_{t-1})$$

2.1 The generalised hyperbolic distribution

The hyperbolic distribution has been used by geomorphologists to model the shape of dunes of windblown sand (Barndorff-Nielsen 1977). Due to its flexibility the hyperbolic model was found to provide a good model for the distribution of asset returns (Eberlein and Keller 1995 and Kchler et al. 1999) and has been applied for value at risk modeling (e.g. Bauer 2000).

The generalised hyperbolic distribution is described by five parameters $(\lambda, \alpha, \beta, \delta, \mu) =: \Psi$. Its probability density function is given by:

$$f_{GH}(x; \Psi) = \kappa \left\{ \delta^2 + (x - \mu)^2 \right\}^{\frac{1}{2}(\lambda - \frac{1}{2})} K_{\lambda - \frac{1}{2}} \left(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2} \right) e^{\beta(x - \mu)}$$

with $0 \leq \beta < \alpha$, $\delta > 0$, where

$$\kappa = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^{\frac{\lambda}{2}}}{\sqrt{2\pi} \alpha^{\lambda - \frac{1}{2}} K_{\lambda}(\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})}$$

The function $K_\lambda(t)$ is the modified Bessel function of the third kind with index λ , also known as the MacDonald function. It is defined as

$$K_\lambda(t) = \frac{1}{2} \int_0^\infty x^{\lambda-1} e^{-\frac{1}{2}(x+x^{-1})t} dx, \quad t > 0$$

The distribution function has no closed form expression and is generally found from numerically integrating the density. The density is unimodal, the distribution is infinitely divisible and moments of all order exist. The form of the density can accommodate all of the stylised facts about distributions of returns, allowing for leptocurtic, platycurtic, left and right skewed distributions.

The generalised hyperbolic distribution can be simulated as a normal variance-mean mixture where the mixing distribution is the generalised inverse Gaussian distribution with any λ . However, this presupposes the ability to generate random variates from the generalised inverse Gaussian distribution, which is in itself rather slow.

The maximum likelihood estimation is obtained through numerical optimisation of the log-likelihood function

$$\begin{aligned} \log L(\Psi) = & \log \kappa + \frac{\lambda - \frac{1}{2}}{2} \sum_{i=1}^T \log(\delta^2 + (x_i - \mu)^2) \\ & + \sum_{i=1}^T \log K_{\lambda - \frac{1}{2}} \left(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x_i - \mu)^2} \right) + \sum_{i=1}^T \beta (x_i - \mu) \end{aligned}$$

2.2 The Gaussian mixture model and the EM algorithm

Gaussian mixture models are generally regarded as being able to adequately model return distributions, as shown by Kon (1984). Because directly maximising the likelihood of mixture models is numerically and practically unattractive since it involves the logarithm of sums of normal densities we use the Expectation Maximisation (EM) algorithm. This algorithm was popularised by Dempster et al. (1977) in the context of missing data. The EM-algorithm is treated extensively by McLachlan and Krishnan (1997), details on mixture models are discussed by Everitt and Hand (1981).

We consider g component densities, assumed to be univariate normal densities $\phi(x; \mu_i, \sigma_i^2)$ with unknown means μ_1, \dots, μ_g and unknown variances $\sigma_1^2, \dots, \sigma_g^2$. We denote the density for component i by $\phi(x; \theta_i)$, where $\theta_i = (\mu_i, \sigma_i^2)$ and $\theta = (\mu_1, \dots, \mu_g, \sigma_1^2, \dots, \sigma_g^2)$.

The vector Ψ containing all unknown parameters includes, beside θ , the unknown probabilities π_1, \dots, π_{g-1} for the g components, because we have the constraint

$$\pi_g = 1 - \sum_{i=1}^{g-1} \pi_i .$$

The density is given by

$$f_{GM}(x; \Psi) = \sum_{i=1}^g \pi_i \phi(x; \mu_i, \sigma_i^2)$$

This is an unimodal density under some constraints on the variances and the distances between the means (see Block et al. 2005). The log-likelihood is given by

$$\log L(\Psi) = \sum_{t=1}^T \log \left\{ \sum_{i=1}^g \pi_i \phi(x_t, \theta_i) \right\}$$

The log-likelihood of this model can be maximised by artificially introducing a vector $z = (z_1', \dots, z_T')$. Each z_t is a g -dimensional 0-1 vector indicating which component i generated the observed x_t . The complete data log-likelihood, assuming z observed, is

$$\log L(\Psi) = \sum_{i=1}^g \sum_{t=1}^T z_{it} \log(\phi(x_t, \theta_i)) \propto -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^g \sum_{t=1}^T z_{it} \left\{ \log \sigma_i^2 + \frac{(x_t - \mu_i)^2}{\sigma_i^2} \right\}$$

Estimation (the EM-algorithm) proceeds iteratively. At the $(k+1)^{th}$ iteration, first (the E -step) the conditional expectation of Z_{it} , given the observed data x and the estimates of $\Psi^{(k)}$ from the k^{th} iteration are computed:

$$E_{\Psi^{(k)}}(Z_{it} | x_t) =: z_{it}^{(k)} = \pi_i^{(k)} \frac{\phi(x_t; \theta_i^{(k)})}{f_{GM}(x_t; \Psi^{(k)})}$$

The M -step in the $(k+1)^{th}$ iteration consists in replacing z_{it} with the current estimate $z_{it}^{(k)}$ so as to obtain an updated estimated probability for component i by

$$\pi_i^{(k+1)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_{it}^{(k)}, \quad \mu_i^{(k+1)} = \frac{\sum_{t=1}^T z_{it}^{(k)} x_t}{\sum_{t=1}^T z_{it}^{(k)}}, \quad \sigma_i^{2(k+1)} = \frac{\sum_{t=1}^T z_{it}^{(k)} (x_t - \mu_i^{(k+1)})^2}{\sum_{t=1}^T z_{it}^{(k)}}$$

While the EM-algorithm does not provide an automatic way to compute the information matrix, the special structure of Gaussian mixtures allows for a straightforward calculation of variances.

2.3 The generalised logF distribution

The density of the generalised logF distribution with parameters $\Psi = (a, b, \mu, \sigma)$ is given by

$$f_{LF}(x; \Psi) = \frac{a^a b^b}{B(a, b)} e^{\frac{a(x-\mu)}{\sigma}} \left(b + a e^{\frac{x-\mu}{\sigma}} \right)^{-(a+b)}, \quad a, b > 0$$

making use of the beta function

$$B(a,b) = B(b,a) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$$

The logF distribution has a remarkable flexibility, incorporating a number of well-known distributions as special cases. These include the Weibull-, Log-normal-, Log-logistic-, and Gamma-distributions. Being a simple transform of the well-known F -distribution, formulae for the approximation of the distribution function as well as algorithms for the computation of moments, quantiles, and other quantities of interest are readily available. Moreover, the density is always unimodal and moments of all order exist. Further properties have been described by Wu et al. (2000).

3 Goodness-of-fit test

3.1 The Kolmogorov-Smirnov test statistic

For assessing the fit descriptively as well for the formal hypothesis testing we apply the Kolmogorov-Smirnov test statistic which is defined as the maximum absolute difference between the fitted parametrical return distribution $F^{\hat{\Psi}}$ and the empirical cumulated density function (ECDF) $\hat{F}(x)$

$$d = \max_x \left| \hat{F}(x) - F^{\hat{\Psi}}(x) \right|$$

3.2 Goodness-of-fit test with estimated parameters

Frequently applied tests formal test of the normality hypothesis are the Shapiro-Wilk, Jarque-Bera and Lilliefors test. The classical Kolmogorov-Smirnov test statistic assumes a specified distribution to be tested against. Generalisations allowing for estimated parameters have been proposed only for a limited number of parametric families including the normal (see Dallal and Wilkinson 1986 for the Lilliefors-test) and some analytical results on generalisations to arbitrary smooth families are available (Shorack and Wellner 1986, chapter 5.5). Because the distributions fitted to obtained samples provide a superior fit compared to the true distribution the data have been generated with, the distribution of the test

statistic with fitted parameters exhibits less dispersion and the distribution for the case of a priori known parameters will be misleading. One possible way to overcome this problem is the use of approximative distributions of the test statistic obtained through simulation. But one has to remember that return data will almost certainly contain a dependence structure that is not taken into account in the simulations assuming independent generation of realisations. Therefore, the obtained approximations to the null distribution of the test statistics should be considered with care and in consequence, the formal test results should not be taken literally.

3.2.1 The parametric bootstrap

We first introduce some notation. We denote the random variable of interest as Y . A sample of the random variables Y_1, \dots, Y_n with size n is denoted by y_1, \dots, y_n . The probability density function (PDF) is denoted by $f(y)$ and the cumulative distribution function (CDF) by $F(y)$. The statistic $T = T(Y_1, \dots, Y_n)$ has the realisation $t = t(y_1, \dots, y_n)$ for the obtained sample. B with $b = 1, \dots, B$ is the number of bootstrap realisations with bootstrap samples $\{y_1^*, \dots, y_n^*\}_b$ and the corresponding statistics $t_b^* = t_b^*(y_1^*, \dots, y_n^*)$ for bootstrap sample with index b .

$I\{A\}$ is an indicator function, taking the value 1, if A is true and the value 0 if A is false. Closely related is the Heaviside function

$$H(u) = \begin{cases} 0, & u < 0 \\ 1, & u \geq 0 \end{cases}$$

The number of elements in the set A we denote by $\#\{A\}$. As we focus on the parametric bootstrap, we rely on the assumption of a parametric distribution and generate bootstrap samples using this specific parametric distribution.¹

To assess the statistic $t(y_1, \dots, y_n)$ obtained from the original sample we would like to use $F(T)$. In general this distribution is unknown and even the CDF of Y often is not known. Based on the sample we can obtain the empirical cumulated density function (ECDF) which we denote by $\hat{F}(y)$

$$\hat{F}(y) = \frac{\#\{y_j \leq y\}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n H(y - y_j)$$

Note that for each sample with size n of ordered returns the values of the ECDF are fixed at $1/n, 2/n, \dots, n/n$. Without any parametric assumptions the ECDF is our fitted model. Based on a parametric assumption, we estimate the parameter vector Ψ that specifies the parametric distribution denoted by $F^\Psi(y)$. Having obtained an estimate of Ψ denoted by $\hat{\Psi}$,

¹ Bootstrap goodness-of-fit tests are e.g. discussed in D'Agostino/Stephens (1986), Stute et al. (1993) and Famoye (2000).

we obtain an estimated parametric CDF denoted by $F^{\hat{\Psi}}(y)$.

Many interesting statistics θ are functions of the CDF $F(y)$, that is $\theta = t(F)$, where $T = t(\cdot)$ is the estimation function. E.g. the mean

$$t(F) = \int yf(y)dy = \int ydF(y)$$

and the variance

$$t(F) = \int (y - \mu)^2 dF(y) = \int y^2 dF(y) - \left\{ \int ydF(y) \right\}^2$$

If $F(Y)$ is unknown, the estimation function $T = t(\cdot)$ relies on $\hat{F}(y)$. E.g. we estimate the expected value $\mu = \int ydF(y)$ using the arithmetic mean $\bar{y} : :$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \int yd\hat{F}(y) = \int yd\left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n H(y - y_j)\right) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \int ydH(y - y_j) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \end{aligned}$$

where $H(y - y_j)$ jumps at y_j from the value 0 towards 1

$$\int ydH(y - y_j) = y_j$$

To assess the fit of the estimated parametric CDF $F^{\hat{\Psi}}$ we make use of the Kolmogorov-Smirnov distance D which also relies on the ECDF \hat{F} :

$$D = \max\left(|F^{\hat{\Psi}} - \hat{F}|\right)$$

For the sample y_1, \dots, y_n we obtain the estimated parameter vector $\hat{\Psi}$, the estimated parametric CDF $F^{\hat{\Psi}}(y)$ and the realised distance d .

To test the hypothesis that the data y_1, \dots, y_n could have been obtained as a realisation from the parametric distribution F^{Ψ} we want to assess the realisation d with respect to the distribution of D denoted as $F(d)$ under the distribution F^{Ψ} . As the parameter values of F^{Ψ} are unknown, we have to resort to the estimated parametric function $F^{\hat{\Psi}}$. As even for the estimated distribution $F^{\hat{\Psi}}$ based on the estimated $\hat{\Psi}$ the distribution $\hat{F}(d)$ is not known, we approximate this distribution by the bootstrap distribution $\hat{F}^*(d^*)$. Here d^* denotes the test statistic obtained for the bootstrap sample y_1^*, \dots, y_n^* generated using the estimated parametric distribution \hat{F}^{Ψ} . The bootstrap distribution $\hat{F}^*(d^*)$ is obtained as the ECDF of the B bootstrap realisation d_b^* ($b=1, \dots, B$). Based on this approximation $\hat{F}^*(d^*)$ of the distribution $\hat{F}(d)$ we can obtain critical values of the statistic D as empirical quantiles of the bootstrap distribution $\hat{F}^*(d^*)$. Alternatively, we can obtain p -values for the test of the hypothesis that the sample y_1, \dots, y_n has been generated using the parametric distribution $F^{\hat{\Psi}}$ as

$$\frac{\#\{d_b^* > d\}}{B} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B I\{d_b^* > d\}$$

3.2.2 The simulation setup

Goodness-of-fit tests are classified in parametric and non-parametric tests and are applicable on univariate and multivariate data. In case of this paper, testing the null hypothesis requires a distribution-free procedure for a univariate data. Goodness-of-fit tests measure the conformity of a random sample; therefore, the sample data can be discrete or continuous, with a theoretical probability distribution function, e.g. the goodness-of-fit consists in testing the null hypothesis

$$H_0 : F(x) = F^\Psi(x)$$

against the alternative hypothesis

$$H_1 : F(x) \neq F^\Psi(x).$$

In all the tests mentioned below, the null hypothesis is rejected when the test statistic exceeds a critical value. In this application the null hypothesis states that the stock returns have been generated using the parametric distribution under consideration $F^\Psi(x)$ specified by the estimated parameter vector $\hat{\Psi}$.

In the following we will describe in detail the procedure for obtaining approximative distributions of the Kolmogorov-Smirnov statistic under the null hypothesis. This procedure is carried out for all the discussed flexible parametric return distributions, that is for the Generalised Hyperbolic, the Normal Mixture and the LogF distribution.

1. Estimate the parameter $\hat{\Psi}$ of the distribution indexed by for the monthly S&P 500 return data for the time span 01/1871 -06/2011 with $n = 1686$ observations. To this fitted parametric distribution we refer in the following with $F^\Psi(x)$.
2. Generate $B = 10000$ (with index $b=1$ to $B=10000$) times a bootstrap sample x_b^* of size $n = 1686$ from the parametric distribution $F^\Psi(x)$.
3. Estimate the parameter $\hat{\Psi}_b^*$ of the distribution for the generated data x_b^* .
4. Calculate the Kolmogorov-Smirnov test statistic d_b^*

$$d_b^* = \max_{x_b^*} \left| \hat{F}(x_b^*) - F^{\hat{\Psi}_b^*}(x_b^*) \right|$$

5. Approximate the distribution of the Kolmogorov-Smirnov test statistic $\hat{F}(d)$ under the null hypothesis $H_0 : F(x) = F^\Psi(x)$ using the empirical cumulated density function $\hat{F}^*(d^*)$ based on the $B = 10000$ realisations of d_b^* .

Based on the approximated distributions of the test statistic under the null hypothesis approximate p -values can be obtained for the test statistic d calculated for the observed return distributions of the S&P500 stock index returns (1871-2011) for the specific parametric model under consideration as

$$p = 1 - \hat{F}^*(d) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B I\{d_b^* > d\}$$

4 The distribution of S&P500 monthly rate of return 1871-2011

In this section we first provide some descriptive evidence and then give results of the estimation and the goodness-of-fit test.

4.1 Descriptive Evidence

We first provide descriptive evidence on the distribution of the S&P 500 monthly returns and model the distribution by means of Gaussian mixture, the generalised logF and the generalised hyperbolic distribution.

Figure 4.1 displays the time series of the S&P 500 stock index in logarithmic scale for the time span 01/1871 – 06/2011.

Figure 4.2 shows the time series of monthly returns. The time series displays the well-documented high volatility around 1930 including the decline of 30.8% in November 1929 and the greatest increase of 40.7% in August 1932.

Figure 4.3 contains a histogram using bins of equal size as well as a kernel density estimation using a normal kernel. The empirical return distribution is skewed to the left and reveals substantial kurtosis.

Figure 4.4 contains the empirical distribution displayed using a histogram and the fitted parametric return models. The best fitting normal distribution ($\hat{\mu} = 0.0034$, $\hat{\sigma} = 0.0411$) cannot capture these features and consequently exhibits a very poor fit throughout the range of the data: at the center of the data the frequencies are substantially underestimated, at a medium range from the center frequencies are overestimated, especially so on the left, while in the tails, once again mainly on the left, frequencies are once again underestimated. Compared to the normal density, the estimated densities of the other three models provide a much superior fit.

Figure 4.1 Logarithmic S&P 500 stock index 1871 - 2011

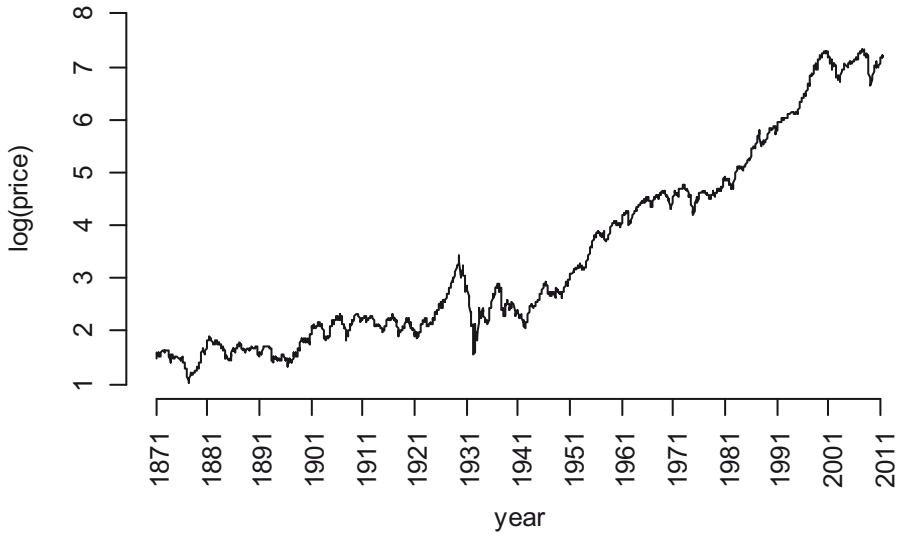
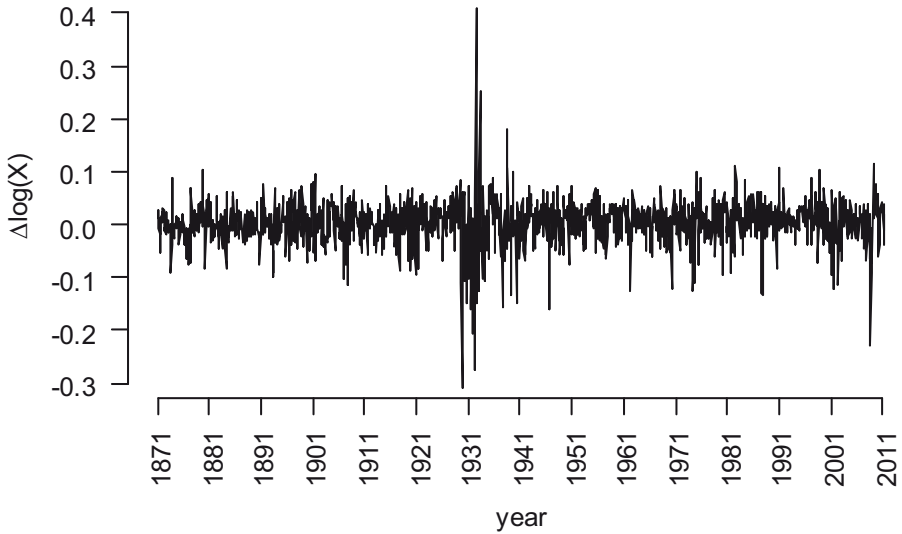


Figure 4.2 S&P 500 stock index, monthly returns 1871 - 2011

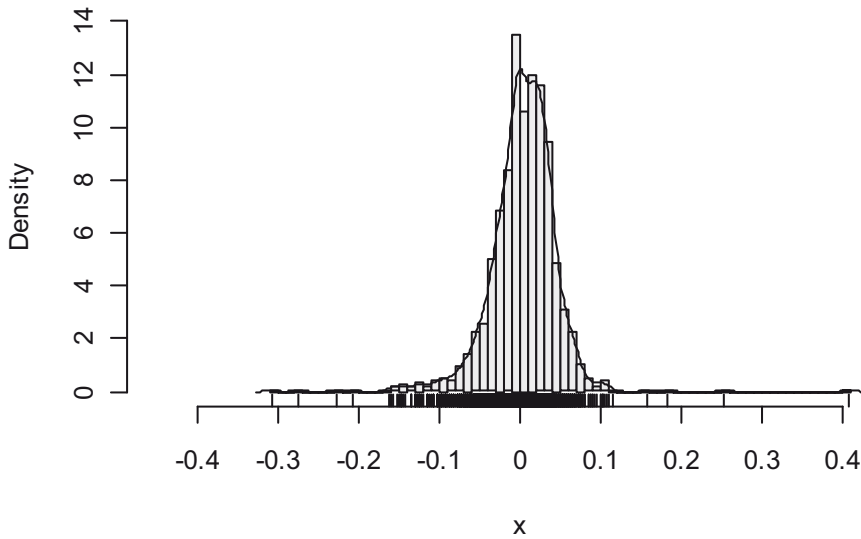


4.2 The fit of the flexible models

The three alternative models were fitted using the Maximum Likelihood estimators of their parameters.² The estimated parameter vector for the generalised hyperbolic distribution is

$$\hat{\alpha} = 6.9797, \quad \hat{\beta} = -6.4224, \quad \hat{\delta} = 0.0572, \quad \hat{\mu} = 0.0129, \quad \hat{\lambda} = -2.0813$$

Figure 4.3 Histogram and kernel density estimation of monthly returns



The estimation results for the two component Gaussian mixture model are

$$f_{GM}(x; \hat{\pi}_1, \hat{\pi}_2, \hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2) = 0.9090 \cdot \phi(x; 0.0069, 0.0299^2) \\ + 0.0910 \cdot \phi(x; -0.0315, 0.0083^2)$$

For the generalised logF distribution we obtain

$$\hat{\mu} = 0.0108, \quad \hat{\sigma} = 0.0119, \quad \hat{a} = 0.4066, \quad \hat{b} = 0.6220$$

² We also estimated Gaussian models with three and four components. Using more than two components led to only negligible fit improvements. Therefore we restrict the number of components throughout to two.

The two component mixture as well as the generalised logF and the generalised hyperbolic distributions lead to only minor differences between the empirical and estimated distributions. This is supported by a comparison of the Kolmogorov metric based on the maximal absolute difference of the empirical and estimated cumulative distribution function which we denote by d

Table 4.1 gives the distance measure for the three estimated models. We find that the three flexible alternatives are doing about equally well in modeling the return distribution. The two component Gaussian mixture has the smallest maximal absolute difference between empirical and estimated distribution. The generalised logF has a slightly larger absolute differences between empirical and estimated distribution compared to the mixture and the generalised hyperbolic distribution. Based on this fit measures, the simple normal is again seen to be inadequate for modeling the return distribution.

Table 4.1 Fit measure for estimated models

| | d |
|------------------|--------|
| Normal | 0.0716 |
| Gen. hyperbolic | 0.0200 |
| Gaussian mixture | 0.0190 |
| Gen. logF | 0.0205 |

Figure 4.5 shows the estimated densities on a log-linear scale. Additionally, the logarithms of the scaled relative frequencies in bins of constant width 0.1 are depicted. The figure makes evident the quadratic tail of the Gaussian mixture on the log-linear scale. The generalised logF as well as the generalised hyperbolic distributions both have exponential tails corresponding to linear tails on the log-linear scale. Note that the outermost two bins on both sides contain at most 2 observations so that the empirical support for a detailed analysis of tail behaviour is rather scarce.

Figure 4.6 contains the three simulated distributions for the generalised hyperbolic, the Gaussian mixture and the logF distribution.

To test the hypothesis that the data have been generated using a parametric distribution, we derive p -values for the three flexible distributions discussed. p -values are calculated based on the approximate distributions obtained through the bootstrap method explained in detail above. We find for the two component Gaussian mixture a p -value of 0.083, for the generalised hyperbolic the p -value is 0.047 and for the logF distribution we find 0.020.

Therefore, despite their flexibility and the sufficient fit, the null hypothesis has to be rejected for the generalised hyperbolic and the logF distribution according to the formal test procedure at the usual 5% level.

Figure 4.4 Histogram and estimated parametric densities of monthly returns

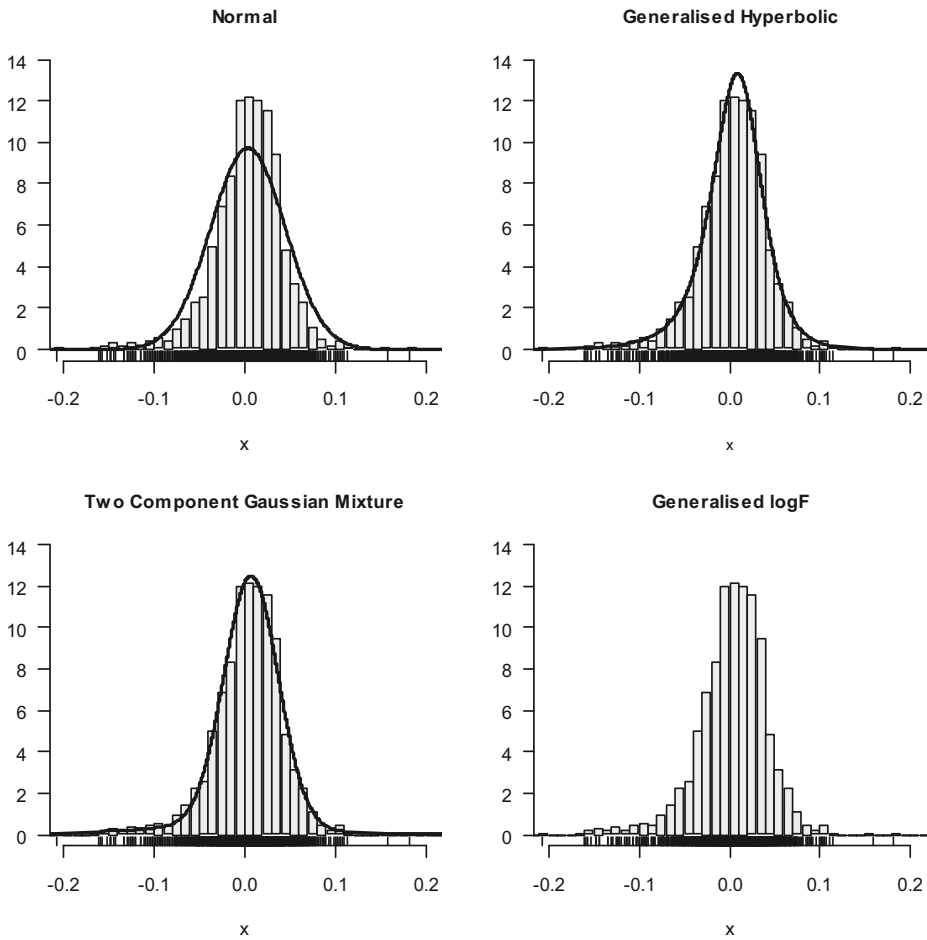


Figure 4.5 Tail behaviour of the distributions

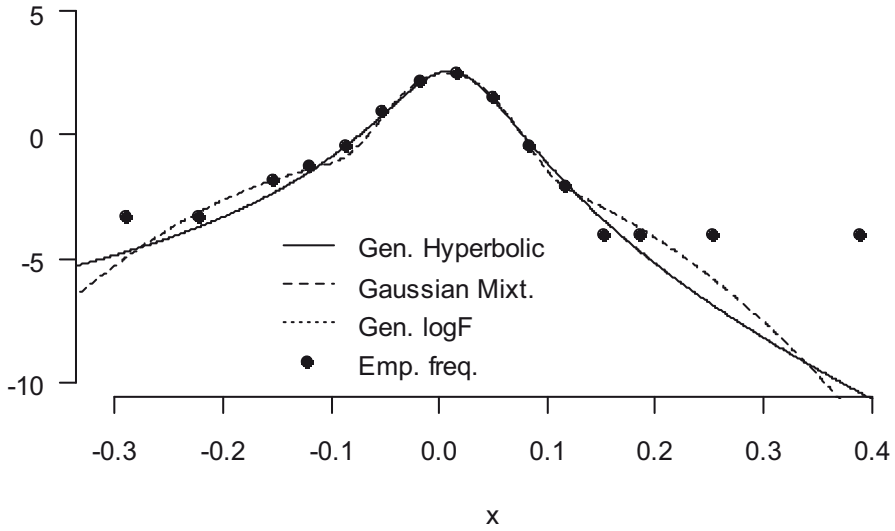


Figure 4.6 Distribution of the test-statistic

