

Bruchrechnung in kleinen Schritten

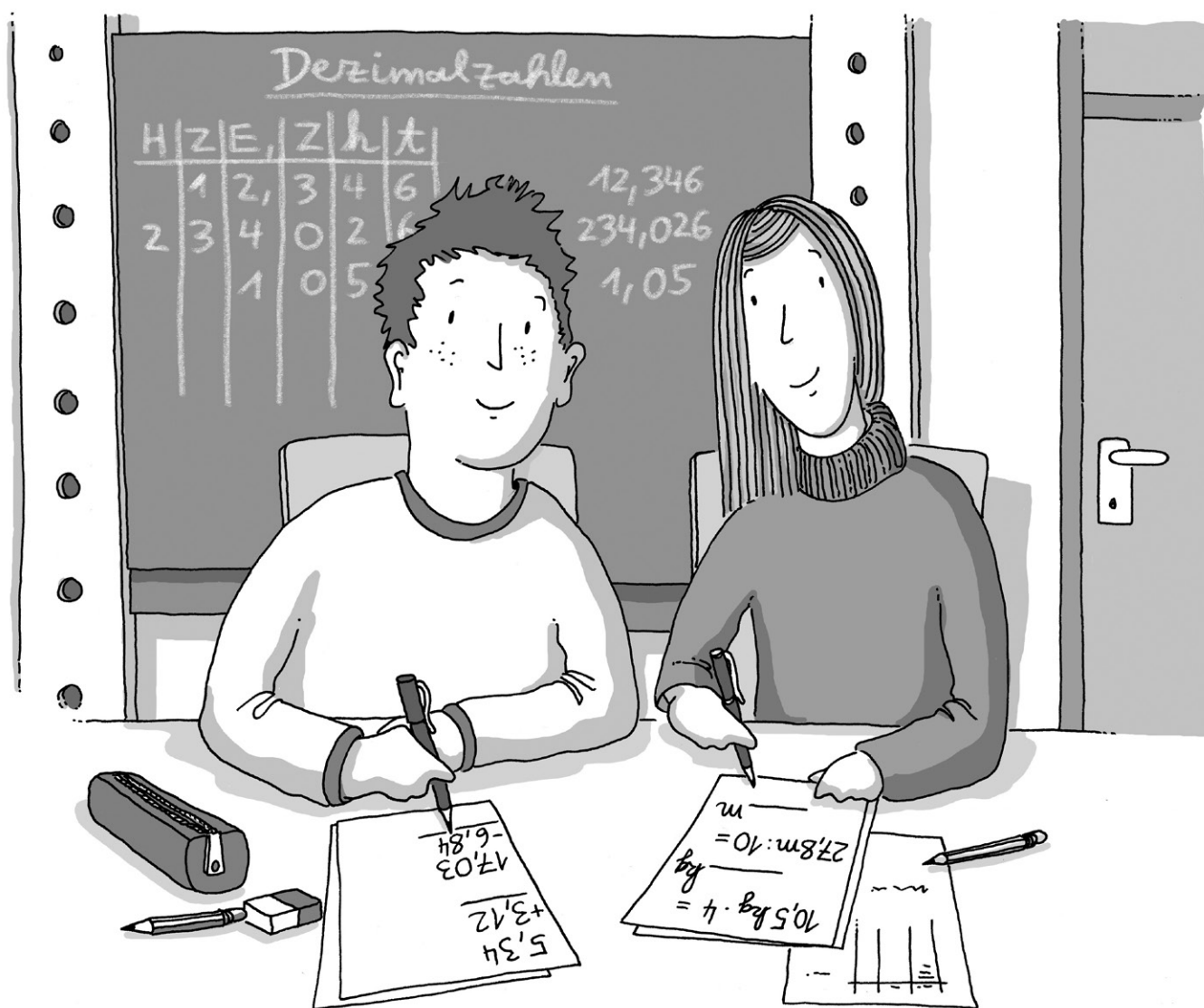
Band 4: Rechnen mit Dezimalzahlen

Sonderpädagogische
Förderung

Kathrin Becker, Andrea Fingerhut, Elena Iaccarino

Bruchrechnung in kleinen Schritten

Band 4: Dezimalbrüche



Die Autorinnen

Kathrin Becker – Lehrkraft an einer Förderschule für Lernhilfe mit dem Fachschwerpunkt Mathematik.

Andrea Fingerhut – Lehrkraft an einer Förderschule für Lernhilfe mit dem Fachschwerpunkt Mathematik.

Elena Iaccarino – Lehrkraft an einer Förderschule für Lernhilfe mit dem Fachschwerpunkt Mathematik.

© 2017 Persen Verlag, Hamburg
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der Persen Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Grafik: Oliver Wetterauer
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth

ISBN 978-3-8344-9236-4

www.persen.de

Inhalt

Einführung in das Rechnen mit Dezimalzahlen 4

1,35

Einführung in die Dezimalschreibweise 6

- 1 Dezimalschreibweise 6
- 2 Von der Dezimalzahl zum Bruch 1 7
- 3 Von der Dezimalzahl zum Bruch 2 8
- 4 Vom Bruch zur Dezimalzahl 1 9
- 5 Vom Bruch zur Dezimalzahl 2 10
- 6 Vom Bruch zur Dezimalzahl
und umgekehrt 11
- 7 Abbrechende und periodische
Dezimalzahlen 12

**1,2
<
1,3**

Dezimalzahlen vergleichen und ordnen 13

- 8 Dezimalzahlen vergleichen und ordnen 1 13
- 9 Dezimalzahlen vergleichen und ordnen 2 14
- 10 Dezimalzahlen vergleichen und ordnen 3 15
- 11 Dezimalzahlen runden 1 16
- 12 Dezimalzahlen runden 2 17

5,2 l

Dezimalzahlen als Maßangabe 18

- 13 Dezimalzahlen als Maßangabe – Geld 18
- 14 Dezimalzahlen als Maßangabe – Längen 1 19
- 15 Dezimalzahlen als Maßangabe – Längen 2 20
- 16 Dezimalzahlen als Maßangabe –
Gewichte 1 21
- 17 Dezimalzahlen als Maßangabe –
Gewichte 2 22

**1,7
+
1,4**

Addition von Dezimalzahlen 23

- 18 Einführung: Addition von Dezimalzahlen 23
- 19 Addition von Dezimalzahlen 1 24
- 20 Addition von Dezimalzahlen 2 25
- 21 Addition von Dezimalzahlen 3 26
- 22 Addition von Dezimalzahlen 4 27
- 23 Addition von Dezimalzahlen: Größen 1 28
- 24 Addition von Dezimalzahlen: Größen 2 29
- 25 Addition von Dezimalzahlen: Größen 3 30
- 26 Addition von Dezimalzahlen: Größen 4 31

**2,5
–
1,3**

Subtraktion von Dezimalzahlen 32

- 27 Einführung: Subtraktion von Dezimalzahlen 32
- 28 Subtraktion von Dezimalzahlen 1 33
- 29 Subtraktion von Dezimalzahlen 2 34
- 30 Subtraktion von Dezimalzahlen 3 35
- 31 Subtraktion von Dezimalzahlen 4 36
- 32 Subtraktion von Dezimalzahlen: Größen 1 37
- 33 Subtraktion von Dezimalzahlen: Größen 2 38
- 34 Subtraktion von Dezimalzahlen: Größen 3 39

**2,3
·
1,5**

Multiplikation von Dezimalzahlen 40

- 35 Einführung: Multiplikation von
Dezimalzahlen 40
- 36 Multiplikation mit 10 41
- 37 Multiplikation mit 100 42
- 38 Multiplikation mit 1000 43
- 39 Multiplikation mit 10, 100, 1000 44
- 40 Multiplikation mit natürlichen Zahlen 1 45
- 41 Multiplikation mit natürlichen Zahlen 2 46
- 42 Multiplikation mit Dezimalzahlen 1 47
- 43 Multiplikation mit Dezimalzahlen 2 48

**5,6
: 1,2**

Division von Dezimalzahlen 49

- 44 Einführung: Division von Dezimalzahlen 49
- 45 Division durch 10 50
- 46 Division durch 100 51
- 47 Division durch 1000 52
- 48 Division durch 10, 100, 1000 53
- 49 Division durch natürliche Zahlen 1 54
- 50 Division durch natürliche Zahlen 2 55
- 51 Division durch Dezimalzahlen 1 56
- 52 Division durch Dezimalzahlen 2 57

**+ –
· :
· :
· :**

Vermischte Übungen 58

- 53 Addition und Subtraktion 1 58
- 54 Addition und Subtraktion 2 59
- 55 Multiplikation und Division 1 60
- 56 Multiplikation und Division 2 61
- 57 Die vier Grundrechenarten 1 62
- 58 Die vier Grundrechenarten 2 63

?

Lernkontrollen 64

- 59/60 Einführung 64
- 61/62 Addition 66
- 63/64 Subtraktion 68
- 65/66 Multiplikation 70
- 67/68 Division 72

Lösungen 74

Einführung in das Rechnen mit Dezimalzahlen

Dezimalzahlen sind den Schülerinnen und Schülern aus ihrem alltäglichen Umfeld bekannt: Sie begegnen ihnen beispielsweise beim Einkaufen, bei Maß- und Größenangaben und im Straßenverkehr. Demnach stellt das Thema dieser Unterrichtseinheit ein direktes Anknüpfen an die Lebens- und Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler dar.

Den Schülerinnen und Schülern soll hier der kompetente Umgang mit Dezimalzahlen, welcher für die Bewältigung des täglichen Lebens und zur Lösung praktischer Probleme unerlässlich ist, vermittelt werden.

Sachinformationen

Dezimalzahlen sind Kommazahlen, die aus einer ganzen Zahl und einer Folge von Ziffern bestehen.

Eine Dezimalzahl wird in der Form $z_n z_{n-1} \dots z_0 , z_{-1} \dots z_{-m}$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $z_i \in \{0, \dots, 9\}$ geschrieben. Als Trennzeichen zwischen den Zahlen z_0 und z_{-1} wird ein Komma verwendet. Die Zahlen rechts vom Komma werden als Nachkommastellen bezeichnet.

Bsp.: $738,145 \square z_2 = 7; z_1 = 3; z_0 = 8; z_{-1} = 1; z_{-2} = 4; z_{-3} = 5$

Dezimalzahlen werden im Stellenwertsystem veranschaulicht.

Das geläufigste Stellenwertsystem zur Darstellung von Zahlen ist das Dezimalsystem, welches die Basis 10 verwendet. Daraus kann die Menge der Dezimalzahlen abgeleitet werden, indem das Stellenwertsystem der natürlichen Zahlen (Einer, Zehner, Hunderter, ...) nach rechts erweitert wird. Hierbei entstehen nach der Schreibung des Kommas die Nachkommastellen Zehntel, Hundertstel, Tausendstel ...

H	Z	E,	z	h	t

In der Regel wird zwischen abbrechenden und nicht abbrechenden Dezimalzahlen unterschieden. Abbrechende Dezimalzahlen haben eine endliche Anzahl von Nachkommastellen.

Nicht abbrechende Dezimalzahlen können in rein-periodisch, gemischt-periodisch und nicht-periodisch unterschieden werden. Allerdings bezieht sich das hier vorliegende Unterrichtswerk nahezu ausschließlich auf abbrechende Dezimalzahlen.

In dieser Mappe stehen das fundierte Verständnis der Dezimalzahlen sowie die Anwendung der vier Grundrechenarten mit Dezimalzahlen im Mittelpunkt. In der Literatur werden vielfach vier Konzepte beschrieben, die für eine Behandlung der Dezimalzahlrechnung infrage kommen:

- Größenkonzept
- Zehnerbrüchekonzept
- Stellenwertkonzept
- Kommaverschiebungskonzept

Sowohl das Zehnerbrüchekonzept als auch das Stellenwertkonzept stehen zur Einführung der Dezimalzahlen im Vordergrund. Zur Erarbeitung der vier Grundrechenarten wird zusätzlich auf das Kommaverschiebungskonzept zurückgegriffen.

Zu Beginn der Mappe wird zur Einführung von Dezimalzahlen die Dezimalschreibweise explizit erläutert. Desweiteren wird hier auf die Umwandlung von der Bruchzahl zur Dezimalzahl eingegangen, da dieser Themenbereich eine wichtige Voraussetzung dafür ist, dass die Schülerinnen und Schüler erfassen, dass die Dezimalschreibweise nur eine andere Darstellungsform der schon bekannten Bruchzahlen ist.

Auf die ausführliche Einführung der Dezimalzahlen folgt die Einführung in die vier Grundrechenarten mit Dezimalzahlen.

Bei der Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen ist darauf zu achten, dass die Summanden bzw. Minuend und Subtrahend so untereinander geschrieben werden, dass Komma unter Komma steht.

Bei der Multiplikation und Division von Dezimalzahlen steht die Vermittlung der Kommaverschiebungsregeln im Zentrum der Ausführungen.

In dieser Mappe wurde besonderer Wert auf kleinschrittiges, logisches und strukturiertes Vorgehen gelegt. Insbesondere wurden die Aufgaben schülernah und anschaulich gestaltet, um die Motivation zu fördern sowie Verständnisproblemen vorzubeugen.



Kommazahlen (= Dezimalzahlen) können in eine Stellenwerttafel eingetragen werden. Rechts vom Komma gibt die erste Ziffer die Zehntel (z) an. Es folgen die Hundertstel (h), an dritter Stelle die Tausendstel (t) usw. Man kann die Stellenwerttafel nach rechts und nach links beliebig weit fortsetzen.

	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer	Zehntel	Hundertstel	Tausendstel
	T	H	Z	E,	z	h	t
	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Beispiel:				2,	5	0	7

Beispiel: 2,507
gelesen: „zwei Komma fünf null sieben“

1 Fülle die Felder aus. Benenne vorher die Spalten links und rechts vom Komma.

			,			
		9,	3	0	0	1
1	8	2,	4	5		
	7	3,	1	2	0	

Dezimalzahl
14,907
7,5201
463,2

2 Schreibe in der Dezimalschreibweise.

a) 7E 1h = _____

b) 4T 3Z 2z 9h 5zt = _____

c) 9T 2H 1E 4h 7t = _____

d) 4T 6H 3Z 8E 5h 9zt = _____

e) 2H 3E 1z 7t = _____



Soll eine Dezimalzahl in eine Bruchzahl umgewandelt werden, ist eine Stellenwerttafel eine gute Hilfe:

Beispiel: $0,45 \rightarrow$

E,	z	h
0,	4	5

mit 10 erweitern

Man erkennt daran, dass $0,45 = \frac{4}{10} + \frac{5}{100} = \frac{40}{100} + \frac{5}{100} = \frac{45}{100}$ ergibt.

Beispiele:

E,	z
0,	3

 $= \frac{3}{10}$

E,	z	h
0,	7	8

 $= \frac{78}{100}$

E,	z	h
1,	2	3

 $= 1 \frac{23}{100} = \frac{123}{100}$

- ① Lies die Dezimalzahl in der Stellenwerttafel ab und notiere sie.
Schreibe danach die Dezimalzahl als Bruch.

a)

E,	z	h	t
0,	3	5	0

 \rightarrow 0,35 $= \frac{3}{10} + \frac{5}{100} = \frac{\quad}{100} + \frac{5}{100} = \frac{\quad}{100}$

b)

E,	z	h	t
0,	4	7	2

 \rightarrow 0,472 $= \frac{4}{10} + \frac{7}{100} + \frac{2}{1000} = \frac{\quad}{1000} + \frac{\quad}{1000} + \frac{\quad}{1000} = \frac{\quad}{1000}$

c)

E,	z	h	t
0,	8	1	3

 \rightarrow $=$

d)

E,	z	h	t
1,	2	4	0

 \rightarrow $=$

e)

E,	z	h	t
2,	4	6	3

 \rightarrow $=$

f)

E,	z	h	t
2,	5	3	0

 \rightarrow $=$

- ② Schreibe die Dezimalzahl als Bruch.

a) $0,76 = \frac{76}{100}$

b) $0,347 =$

c) $3,731 =$

$1,43 = 1 \frac{43}{100} = \frac{\quad}{100}$

$0,586 =$

$12,103 =$

$2,82 =$

$1,7149 =$

$45,62 =$



Anhand der Anzahl der Nachkommastellen erkennt man, welchen Nenner der Bruch hat:
 eine Nachkommastelle \triangleq Nenner 10
 zwei Nachkommastellen \triangleq Nenner 100 ...

① Schreibe als Bruch.

a) $0,43 =$

b) $2,731 =$

c) $11,7874 =$

$0,0032 =$

$0,4239 =$

$0,30609 =$

$1,47 =$

$19,25 =$

$107,637 =$

② Die Ergebnisse sind falsch. Überprüfe und korrigiere.

a) $0,48 = \frac{48}{10}$

b) $4,5 = 5 \frac{4}{10}$

c) $143,708 = 143 \frac{70}{100}$

$4,35 = \frac{435}{1000}$

$0,0303 = \frac{303}{1000}$

$57,43781 = 57 \frac{43781}{200000}$

$0,925 = \frac{925}{100}$

$12,346 = 1 \frac{2346}{1000}$

$0,00259 = 2 \frac{59}{100}$

③ Kreuze das richtige Ergebnis an.

a) $0,731 =$

b) $1,05 =$

c) $21,87 =$

d) $10,6143$

$7 \frac{31}{100}$

$1 \frac{5}{10}$

$\frac{2187}{100}$

$106 \frac{143}{100}$

$\frac{731}{1000}$

$\frac{15}{100}$

$\frac{2187}{1000}$

$\frac{106143}{10000}$

$\frac{731}{100}$

$1 \frac{5}{100}$

$21 \frac{87}{1000}$

$10 \frac{6143}{1000}$

④ Wandle in einen Bruch um. Kürze anschließend, wenn möglich.

a) $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

b) $2,56 =$

c) $10,08 =$

$0,3 =$

$1,47 =$

$7,333 =$

$0,28 =$

$5,5 =$

$2,555 =$

$0,35 =$

$4,317 =$

$17,019 =$



Brüche können leicht in eine Dezimalzahl umgewandelt werden, wenn der Nenner eine Zehnerzahl (10, 100, 1000 ...) ist.

Beispiel: $\frac{47}{100} = 0,47$

① Wandle die Brüche in Dezimalzahlen um. Als Hilfe kannst du die Brüche zunächst in eine Stellenwerttafel eintragen.

a) $\frac{3}{10} =$

$\frac{17}{100} =$

$\frac{21}{100} =$

b) $\frac{321}{1000} =$

$\frac{117}{1000} =$

$\frac{603}{1000} =$

c) $\frac{955}{1000} =$

$\frac{46}{100} =$

$\frac{849}{1000} =$



Steht im Nenner keine Zehnerzahl, muss der Bruch auf eine Zehnerzahl erweitert oder gekürzt werden. Diesen Bruch nennt man dann „Zehnerbruch“.

Beispiel erweitern: $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = 0,8$

Beispiel kürzen: $\frac{12}{300} = \frac{12 : 3}{300 : 3} = \frac{4}{100} = 0,04$

② Forme die Brüche durch Erweitern oder Kürzen in Zehnerbrüche um. Schreibe sie dann als Dezimalzahl.

a) $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = 0,8$

b) $\frac{8}{25} =$

$\frac{18}{20} = \frac{18 : 2}{20 : 2} = \frac{\boxed{}}{10} = \boxed{}$

$\frac{64}{8000} =$

$\frac{21}{30} =$

$\frac{7}{200} =$

$\frac{7}{50} =$

$\frac{44}{50} =$