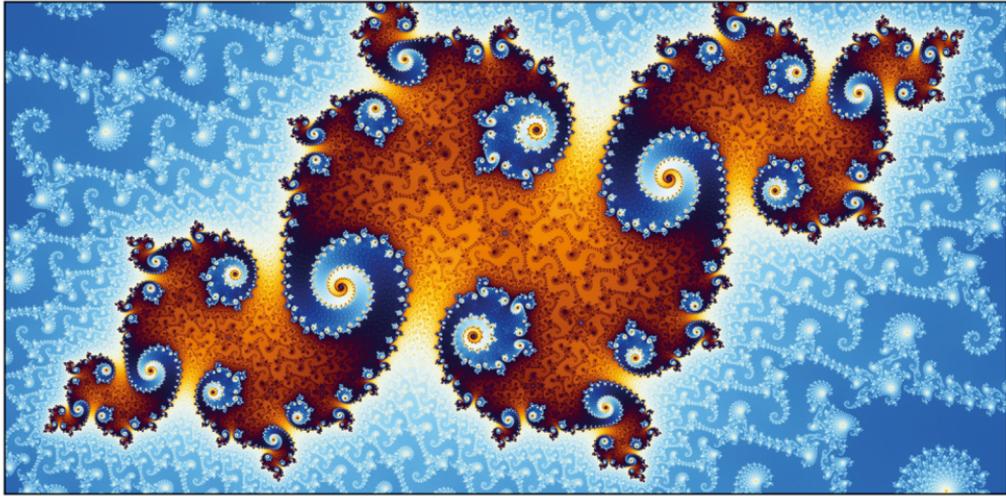


BERNULF KANITSCHIEDER



Kleine Philosophie der Mathematik

HIRZEL



Prof. Dr. Bernulf Kanitscheider:
Studium der Philosophie, Mathematik und Physik in Innsbruck;
Habilitation über das Thema
„Geometrie und Wirklichkeit“
(1970); Berufung auf den Lehrstuhl für Philosophie der Naturwissenschaft am Fachbereich Physik der Universität Gießen (1974)

Forschungsgebiete aus dem Bereich Naturphilosophie und Wissenschaftstheorie: Kosmologie, Interpretation der Quantenmechanik, Chaos, Ordnung und Selbstorganisation

Bernulf Kanitscheider
Kleine Philosophie der Mathematik

Bernulf Kanitscheider

Kleine Philosophie der Mathematik

Mathematik, Bildung und Kulturen



S. Hirzel Verlag Stuttgart

Auf ausdrücklichen Wunsch des Autors erscheint dieses Buch in unreformierter Rechtschreibung.

Ein Markenzeichen kann warenrechtlich geschützt sein, auch wenn ein Hinweis auf etwa bestehende Schutzrechte fehlt.

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <https://portal.dnb.de> abrufbar.

Jede Verwertung des Werkes außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Übersetzungen, Nachdruck, Mikroverfilmung oder vergleichbare Verfahren sowie für die Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen.

ISBN 978-3-7776-2637-6 (Print)

ISBN 978-3-7776-2650-5 (E-Book, PDF)

© 2017 S. Hirzel Verlag

Birkenwaldstraße 44, 70191 Stuttgart

Printed in Germany

Einbandgestaltung: Neil McBeath, Stuttgart unter Verwendung eines Bildes von Wolfgang Beyer, erstellt mit dem Programm Ultra Fractal 3

Satz: abavo GmbH, Buchloe

Druck & Bindung: Kösel, Krugzell

www.hirzel.de

Inhalt

Vorwort	7
I. Mathematik, Bildung und die zwei Kulturen	11
II. Die Eigenheit mathematischer Rationalität	41
1. Der mythische Anfang	41
2. Mathematische Existenz	47
3. Eine schwierige Dichotomie	51
4. Klasseneinteilung	56
5. Intuitive Voraussetzungen	63
6. Sicherheit und Notwendigkeit	67
7. Berechenbarkeit	69
8. Mechanisches Rechnen	75
9. Hyperberechenbarkeit	80
10. Reelle Zahlen und Dynamische Systeme	84
11. Mathematische Intuition	87
12. Absolute Unentscheidbarkeit	94
III. Objekte oder Phantome?	99
13. Mathematische Existenz	99
14. Die Krise und der Intuitionismus	102
15. Die Zähmung des Unendlichen	107
16. Logizismus und Platonismus	116
17. Parallelen von Mathematik und Physik?	120
18. Zwischenspiel: Die Funktion der Mathematik in der Analytischen Philosophie	129
19. Kognitive Dissonanzen	134
20. Analytisch-Synthetisch	140

21. Zufall oder verborgener Grund?	144
22. Pythagoras' Traum	147
23. Eine Welt der Zeichen	161
24. Ohne Gegenständlichkeit?	171
25. Heuristika	177
26. Die Mathematik als Leitkultur der Wissenschaft	188
Personenregister	196
Sachregister	198

Vorwort

Aus der Sicht des Alltagsverstandes gilt die Mathematik als ehrfurchtgebietende, nicht leicht zu fassende, aber durchweg glasklare Disziplin. Sie flößt den Außenstehenden eine gewisse Scheu ein und eignet sich nicht als Gesprächsstoff für eine Abendunterhaltung. Jeder weiß von Ferne um die Nützlichkeit der Mathematik bei den technischen Anwendungen, häufig ist man aber auch froh, wenn sie auf Distanz bleibt. Zur Anknüpfung menschlicher Beziehungen ist die Mathematik denkbar ungeeignet. Der Benutzer elementarer Rechenoperationen bei der Besorgung der täglichen Geschäfte verwendet intuitiv die gelernten arithmetischen Operationen; er ahnt dabei kaum, daß es auch im Inneren dieser Wissenschaft begrifflich knifflige Streitigkeiten gibt, die manchmal sogar die kreativsten Schöpfer mathematischer Theorien entzweit. Auch den Anwendern von geometrischen Meßmethoden bleibt es im allgemeinen verborgen, daß die Geometrie trotz ihrer durchsichtigen Anschaulichkeit gedankliche Fragen aufwerfen kann, die zum Gebiet der Erkenntnistheorie überleiten.

Die Philosophie wird auf der anderen Seite vom praxisorientierten Alltagsmenschen eher als diffuse unübersichtliche Wissenschaft empfunden, von der man schlecht glauben kann, daß sie irgend etwas mit der Welt der Zahlen und geometrischen Beziehungen zu tun haben könnte. Als Metaphysik kümmert sie sich um die Existenz und Natur der Götter, um die menschliche Freiheit und die Unsterblichkeit der Seele, als Ethik um die Grundsätze menschlichen Handelns. Zwar taucht im Randbewußtsein die Erinnerung auf, daß die Logik noch zur Philosophie gehört, aber Dreieckskonstruktionen und quadratische Gleichungen bringt man im Alltag kaum mit Philosophie in Zusammenhang. Dennoch trägt der Schein. Ein Blick auf epochemachende Einlassungen der bedeutendsten und kreativsten Mathematiker lehrt etwas anderes. In den technischen Arbeiten der Berufsmathematiker, die der Ausarbeitung neuer Theoreme bekannter Theorien dienen, findet man wenig Philosophie, doch die Urheber und Gestalter neuer mathematischer Theorien zeigen eine überraschende Affinität zur erkenntnis-

theoretischen und ontologischen Reflexion. Gelegentlich respondieren die Philosophen, manchmal sogar mit einer gewissen Überheblichkeit. Ein Verächter des philosophischen Denkstils könnte den Verdacht hegen, daß die Grübler und Sinnierer ihr Territorium ausweiten möchten, indem sie ihren beckmessernden Skeptizismus in ein weiteres Gebiet tragen, um ihre weitläufige Kompetenz zu dokumentieren. Allein, die Lektüre der einschlägigen Bekundungen der mathematischen Denker selbst lehrt etwas anderes. Sie selbst sind es, die das Thema Erkenntnistheorie anschneiden, und ihre Äußerungen zeigen eine erstaunliche Vielfalt und überraschende Gegensätzlichkeit in den Grundlagenpositionen. Man muß nur mal zwei Berufsmathematikern zuhören, wenn sie sich darüber unterhalten, ob die Objekte ihrer Theorien entdeckt oder erfunden werden. Als Student in einem mathematischen Seminar über höhere Analysis in Innsbruck wurde ich zu meinem Erstaunen Zeuge, wie sich zwei meiner Lehrer, Wolfgang Gröbner und Gustav Lochs, darüber uneinig waren, ob die Zeichenfolge, die letzterer gerade an die Tafel geschrieben hatte, einen Beweis darstellte oder nicht. Erst viel später wurde mir klar, daß der Beweisbegriff selber den Gegenstand ausgedehnter Reflexionen bildet und daß die Frage der zulässigen Beweismittel auf der höchsten intellektuellen Ebene des mathematischen Scharfsinns analysiert wurde. W. D. Hart hat die Beziehungen von Mathematik und Philosophie treffend als „Liaisons Dangereuses“ bezeichnet, gefährliche Liebschaften, nach dem Briefroman von Choderlos de Laclos (1782). Jedenfalls waren die Beziehungen beider Wissenschaften, die heute verschiedenen Fakultäten angehören, nicht nur freundschaftlich, wie das Anfangskapitel des vorliegenden Buches zeigen wird. Zum Teil mag dies dem gewöhnlichen Territorialverhalten der Wissenschaftler geschuldet sein, die es nicht gerne sehen, wenn ihnen Probleme abhanden kommen, aber auch ein unterschiedliches Verständnis von Semantik und argumentativem Denkstil war hier die Ursache.

Im Folgenden soll der Leser an die Kontaktzone von Philosophie und Mathematik hingeführt werden, ohne daß zu viel argumentative Verlockung in Richtung auf eine bestimmte Variante der

Beziehung beider Gebiete ausgeübt wird. Völlige Neutralität und Standpunktlosigkeit läßt sich nicht durchhalten, aber die Literaturhinweise können dem Leser Fingerzeige zur weiteren Orientierung liefern. Vielleicht kommt er danach zu völlig anderen Ergebnissen. Jedenfalls hat das Buch sein Ziel erreicht, wenn die unvermeidliche Verschränkung der beiden großen Gedankenkomplexe deutlich geworden ist. Der Fließtext des Buches wurde betont in einführender Ausdrucksweise verfaßt, etwas speziellere Zusammenhänge wurden in den Anmerkungsteil befördert.

I. Mathematik, Bildung und die zwei Kulturen

„Naturwissenschaft und Naturlehre muß ein Knabe lernen, damit er sich seines Lebens erfreue, die Wohltaten der Natur erkenne und recht gebrauche und daß endlich einmal so mancher Irrtum und Aberglaube verschwinde“¹,

meinte Johann Gottfried von Herder. Diese Forderung ist in mehrfacher Hinsicht ein erstaunliches Bekenntnis für jemanden, der dem Humanismus und der Religion nahestand und ein Prediger in Weimar gewesen war. Ersichtlich war hier noch der Impetus der Aufklärung wirksam, um die Menschen aus ihrer selbstverschuldeten Unmündigkeit (Kant) zu befreien.² Aber offenbar konnten sich in der Folge die Parteigänger humanistischer Bildung nicht durchgängig mit dieser rationalistischen Komponente des Bildungsbegriffs anfreunden.

Über das Wesen der Bildung wird seit Herder in unübersehbar vielfältiger Weise gestritten und diskutiert, ohne daß man sich einigen konnte, wieviel und welche Wissensinhalte aus der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung verpflichtend zum Bildungsbegriff zu rechnen sind. In neuerer Zeit brach die Problematik wieder auf, als vonseiten der Naturwissenschaft P.C. Snow die Aufmerksamkeit auf die Spannung zwischen den beiden Kulturen lenkte. Er konstatierte im wesentlichen eine Sprach- und Verständnislosigkeit zwischen wissenschaftlicher und literarischer Kultur, ohne daß Anzeichen für Brückenbildungen erkennbar würden.³ Von der Seite der Geisteswissenschaften her wurden ebenfalls we-

1 J. G. v. Herders sämtliche Werke: Zur Philosophie und Geschichte, Bd. 7, Carlsruhe 1820, S. 207

2 I. Kant: Was ist Aufklärung? Berliner Monatsschrift 12. Stück (1784), S. 481. Vgl. zur Bedeutung dieser Schrift: B. Kanitscheider in: Edelsteine. 107 Sternstunden der deutschen Sprache, Paderborn 2014, S. 200–206

3 „Ich glaube, das geistige Leben der gesamten westlichen Gesellschaft spaltet sich immer mehr in zwei diametrale Gruppen auf: ... auf der einen Seite haben wir die literarisch Gebildeten, auf der anderen Seite die Naturwissenschaftler,

nig Anstalten gemacht, eine systematische Wechselwirkung beider Kulturen mit kognitiver Zielsetzung in Gang zu bringen.⁴ Eine gewisse pikante Wendung nahm die Bildungsdebatte in Deutschland im Jahre 1999, als der Hamburger Anglist Dietrich Schwanitz die provozierende These verfocht, wonach naturwissenschaftliches und mathematisches Wissen nicht zu den Bildungsdesideraten gehört.⁵ Ja noch mehr, er meinte, daß bildungsbeflissene Bürger durch die trivialen, oberflächlichen Erkenntnisse der Naturlehre vom eigentlichen kulturrelevanten Wissen abgelenkt und in die Irre geführt würden.

Die Proteste haben natürlich nicht auf sich warten lassen, aber dennoch kann der Einfluß solcher Proklamationen auf die Bildungspolitik und auf das Pflichtpensum von mathematisch-naturwissenschaftlichem Wissen kaum überschätzt werden.⁶ Für viele Bildungsbürger hat die normative Parole von Schwanitz eine Entlastungsfunktion; wenn dem schon so ist, daß die schwer verständlichen Theoreme und Beweise der mathematischen Naturwissenschaft keinen Bildungswert besitzen, dann kann man sich entspannt zurücklehnen, ohne zu wissen, was Entropie ist, die Ergodenhypothese oder die Riemannsche ζ -Funktion.

Die These der Bildungsirrelevanz des Wissens über die Natur und deren mathematische Strukturen hängt allerdings wesentlich an der methodologischen Deutung der Naturgesetze; zwei Auslegungen liegen hier im Widerstreit, eine instrumentalistische und eine realistische: Je nachdem, ob die Gesetze nur als Werkzeuge der Vorhersage und nicht als ontologisch referentielle Strukturaus-

als deren repräsentativste Gruppe die Physiker gelten.“ (C.P. Snow: Die zwei Kulturen, Stuttgart 1967, S. 12)

4 So stufte der Transzendentalbelletrist Odo Marquard die Rolle der Geisteswissenschaften als Lückenbüßer ein, die eine Kompensationsfunktion besitzen, die Schädigungen der Lebenswelt durch die Modernisierung auszugleichen. Um dieses Ziel zu erreichen, müssen sie Geschichten erzählen, aber keine systematischen Erkenntnisziele anstreben. (O. Marquard: Über die Unvermeidlichkeit der Geisteswissenschaften, in: Apologie des Zufälligen, 1986)

5 D. Schwanitz: Bildung. Alles was man wissen muß, Frankfurt/M. 1999

6 C. M. Ringel: Naturwissenschaftliche Kenntnisse? „... zur Bildung gehören sie nicht!“ 2006. <https://www.math.uni-bielefeld.de/~ringel/lectures/lemgo.html>

sagen über die Natur betrachtet werden, ist ihr Bildungswert unterschiedlich einzuschätzen. Wenn man die Physik, Chemie und Biologie nur als Zulieferer für Technik und allenfalls für die Medizin deutet, diese Wissenschaften also ihre Berechtigung allein aus der Relevanz zur Gestaltung der Lebenswelt besitzen, dann wird ihr Bildungswert geringer sein, als wenn man Naturerkenntnis als höchste Form der Sinngebung des Lebens betrachtet, wie dies etwa Anaxagoras und Aristoteles gesehen haben. Wenn die Erkenntnis des Weltalls Leitmotiv des menschlichen Daseins ist, kann man ihr schwerlich den Bildungswert absprechen.⁷ Wenn hingegen Naturerkenntnis nur als ein Apparat zur Überlebenssicherung fungiert, wird sie in der Werteskala tiefer einsortiert werden. In der Neuzeit hat Pierre Duhem genau diese Werkzeug-Interpretation der Naturgesetze vorgeschlagen, um Konflikten der Wissenschaft mit den Aussagen der christlichen Metaphysik auszuweichen.⁸

Diese Strategie läuft auf eine Trennung der *Beschreibung* der Phänomene von ihrer kausalen *Erklärung* hinaus. Die mathematischen Hypothesen geben aus Duhems Sicht die Verknüpfung von Ordnungsparametern der Erscheinungen wieder, aber nicht die innere Struktur der Welt selber. Eine solche phänomenalistische Erkenntnisdeutung widerspricht jedoch allem, was wir über die Neuroepistemologie mittlerweile in Erfahrung gebracht haben; Erkennen ist ein kausaler Vorgang, in dem der Wirkzusammenhang von Gehirn und Dingwelt die gesuchte Information liefert. Elektromagnetische Signale transportieren die Botschaft der Gegenstände an das Gehirn. Das Besondere an einer epistemischen Kausalkette im Unterschied zu den übrigen Weltlinien der Raumzeit besteht nur darin, daß wir an den einlaufenden Informationen interessiert sind. Wir brauchen das Wissen für unsere Weltorientierung und zum Überleben in Konkurrenz mit den anderen Mitgliedern unserer

7 In der griechischen Antike wurde die Erkenntnis des Universums sogar mit dem glücklichen, gelungenen Leben in Verbindung gebracht. Anaxagoras vertrat die These, daß der Mensch nur geboren wird, um das Himmelsgebäude zu betrachten und die Ordnung im Weltall. (Vgl. dazu F. J. Wetz: Die Gleichgültigkeit der Welt, Frankfurt/M. 1994, S. 103)

8 P. Duhem: Ziel und Struktur der physikalischen Theorien, Hamburg 1978

Population. In einem hatte Duhem tatsächlich recht, viele Resultate der Logik, Mathematik und Naturwissenschaft stellen Kränkungen der Selbsteinschätzung des Menschen dar, allen voran Darwins Evolutionsbiologie.

Die Bedrohlichkeit des technischen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Wissens wurde desgleichen von anderen Seiten empfunden. Auch die Existenzphilosophie fokussiert den Hiatus im Erkennen mit ihrem Vorwurf, wissenschaftlich-technisches Wissen verfehle das Sein. So ist Martin Heideggers berühmter Anspruch: „Die Wissenschaft denkt nicht“ zweifellos als Kritik des szientifischen Rationalitätsmodells zu sehen, dem er eine besondere Form der philosophischen Vergewisserung entgegensetzen möchte. Natur- und Geisteswissenschaft werden bei Heidegger wesensmäßig getrennt. Damit installiert er eine epistemische Rechtfertigung für unpräzises Denken, eine Begründungsfigur, wie sie sich die Verächter der Logik und Mathematik nicht schöner wünschen können.

„Aber die mathematische Naturforschung ist nicht deshalb exakt, weil sie genau rechnet, sondern sie muß so rechnen, weil die Bindung an ihren Gegenstandsbezirk den Charakter der Exaktheit hat. Dagegen müssen alle Geisteswissenschaften, sogar die Wissenschaften vom Lebendigen, gerade um streng zu bleiben, notwendig unexakt sein. Man kann zwar auch das Lebendige als eine raumzeitliche Bewegungsgröße auffassen, aber man hat dann nicht mehr das Lebendige. Das Unexakte der historischen Geisteswissenschaften ist kein Mangel, sondern nur die Erfüllung einer für diese Forschungsart wesentliche Forderung.“⁹

Mit dieser Vorgabe ist der Graben zwischen den beiden Kulturen zementiert und einer fortschreitenden Mathematisierung der Bio-

9 M. Heidegger: Holzwege, Frankfurt/M. 1994, S. 96. Mein anfänglicher Lehrer in Philosophie, Hans Windischer, pflegte „präzis“ auf „abgehackt“ zurückzuführen, weil auf praecidere zurückgehend, und exakt auf „ausgehandelt“, weil mit exagere verwandt. Mit solchen sinnfreien etymologischen Wortspielen sollte die Oberflächlichkeit der begrifflichen Genauigkeit abqualifiziert werden.

logie und der darauf aufbauenden Disziplinen Einhalt geboten.¹⁰ Zudem bietet eine solche Argumentation eine willkommene Entlastung für das Unbehagen gegenüber den als übergriffig empfundenen Mathematisierungsbestrebungen. Dabei hatte niemand anders als Kant schon verkündet, daß die Wissenschaftlichkeit einer Naturlehre an dem Stand ihrer Verwendung von Mathematik erkannt werden könne¹¹. Hilbert verallgemeinerte und verschärfte Kants These noch mit der Proklamation:

„Alles, was Gegenstand des wissenschaftlichen Denkens überhaupt sein kann, verfällt, sobald es zu einer Theorie reif ist, der axiomatischen Methode und damit mittelbar der Mathematik.“¹²

Damit antizipierte Hilbert ein Programm, das in der Gegenwart durch die Digitalphilosophie (Ed Fredkin, Stephen Wolfram) aufgegriffen worden ist; das „Principle of computational equivalence“ von Wolfram¹³ besagt ja nicht nur die universelle *Anwendbarkeit* der Mathematik, sondern die *Identität* der Weltabläufe mit Rechenprozessen. Die Unsinnigkeit von Heideggers Forderung wird überdies schon daraus deutlich, daß die Grenzen von Biologie und Chemie unscharf sind.

Die schon mathematisierte Theoretische Chemie geht schleichend über in die Lebenswissenschaft; die Übergänge von molekularen zu makroskopischen Quantensystemen sind unscharf, und die Größenordnung von superponierten Systemen, die nicht dekohärieren, wird immer größer, wie Anton Zeilinger zeigen konnte¹⁴.

10 Es braucht nicht eigentlich erwähnt zu werden, daß die Biologen sich nicht an die Wesenseinsichten der Fundamentalontologie gehalten haben und ohne Bedenken die Evolution einer Population mit Hilfe einer Differentialgleichung beschreiben. (Vgl. Peter Schuster: Die Evolution der Moleküle, in: M. Neukamm [Hrsg.]: Darwin heute, Darmstadt 1914, S. 144)

11 I. Kant: Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft (1786) Vorrede Akad. Ausgabe IV, S. 450

12 D. Hilbert: Axiomatisches Denken, in: Mathematische Annalen Bd. 78 (1918), S. 415

13 St. Wolfram: A new kind of science, Champaign 2002, S. 715

14 A. Zeilinger: <http://futurezone.at/science/wiener-physiker-entdecken-neuartige-quantenverschraenkung/57.695.703>

Hat ein Virus, ein Frosch, ein Mensch einen Zustandsvektor im Hilbert-Raum? Weiß man's? Mit Heideggers dogmatischer Abgrenzungsthese haben wir jedenfalls wieder ein schönes Beispiel eines unbefugten metaphysischen Übergriffs vor uns, bei dem aus der Sicht einer Ersten Philosophie anscheinend unumstößliche Vorgaben statuiert werden. Ob makroskopische lebendige Systeme einen Zustandsvektor im Hilbert-Raum besitzen und dementsprechend – zumindest im Prinzip – von der Schrödingergleichung beschrieben werden, kann nicht der Philosoph entscheiden, aber dieses Wissen ist genau notwendig, um eine scharfe Grenzziehung zwischen lebendigen und toten materiellen Systemen zu ziehen. Wie schnell sich die Erkenntnissituation ändern kann, erkennt man an neuen Forschungsprogrammen: Kürzlich hat sich der Quantendarwinismus (QD) von Wojciech Zurek zwischen die Fronten des Unbelebten und Belebten geschoben; der langsam sich ausbreitende Universelle Darwinismus macht aus früheren metaphysischen Vorurteilen Makulatur.¹⁵

Die Leistungsfähigkeit des QD sieht man daran, daß erst dadurch eine Erklärung gegeben werden kann, wie aus der Quantenwelt mit ihren sonderbaren Überlagerungszuständen die makroskopische klassische Welt mit ihren eindeutigen Gegenstandserfahrungen entsteht. Wenn die Quantenmechanik eine universelle Theorie ist, muß sie auch eine Erklärung dafür liefern, warum die Alltagsrealität keine Quantensuperpositionen zeigt. Dies genau ist das Ziel des Dekohärenzkonzepts, durch welches die Emergenz einer klassischen Welt, die keine Schrödingerschen Katzen aufweist, verständlich wird. Die nur höchst schwierig zu vermeidende Wechselwirkung eines Quantensystems mit seiner Umgebung sorgt dafür, daß die Quantenverschränkung in kurzer Zeit aufgehoben wird, wenn man das System nicht aufwendig isoliert.¹⁶ Jedenfalls – und dies sollte das Beispiel zeigen – haben sich alle unbedachten

15 G. Vollmer: Im Lichte der Evolution. Darwin in Wissenschaft und Philosophie. Im Erscheinen

16 <http://www.universaldarwinism.com/quantum%20darwinism.htm>

Behauptungen über grundsätzliche Grenzen der Mathematisierbarkeit als voreilig erwiesen.

Wir erwähnten weiter oben die instrumentalistische Deutung von Theorien und Hypothesen, wonach diese nur eine technische Funktion besitzen, somit der Anwendung, aber nicht der Wahrheitsfindung dienen. Diese Auslegung von Gesetzen hat sich letztlich nicht durchsetzen können. Ihr sind weder die Wissenschaftsphilosophen noch die Physiker selber gefolgt. Karl Popper hat darauf hingewiesen, daß die rein instrumentelle Deutung von Gesetzen letztlich nur ein Trick ist, deren Widerlegungen zu entkommen.¹⁷ Instrumente können nicht wahr oder falsch sein, sondern nur ungeeignet für eine bestimmte Anwendung.¹⁸ Aber auch die Physiker wehren sich gegen die epistemische Entwertung der Gesetze: Dieter Zeh tritt der antirealistischen Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik entgegen, wonach die Schrödingergleichung nur ein Rechenwerkzeug sei, aber nicht tatsächlich den Aufbau der Atome beschreibt.¹⁹ Aus der realistischen Sicht kann jedenfalls das Wissen um die Gesetzesartigkeit der Natur nicht aus dem Bildungsbegriff hinaus eskamotiert werden, schon deshalb nicht, weil der menschliche Geist nach naturgesetzlichen Algorithmen entstanden ist. Überdies werden wir sehen, daß eine Reihe von Mathematikern die Semantik von Wahrheit und Referenz, wie sie in den faktischen Wissenschaften vorliegt, beibehalten will und daß sie auch für die Arithmetik und Geometrie eine nichtleere Bezugsklasse von abstrakten Objekten fordert. Die Mathematik besitzt aus dieser Sicht ihren Gegenstandsbereich *sui generis*, und sie ist auch keine rein instrumentelle Hilfswissenschaft für die faktischen Disziplinen, sondern erforscht die Strukturen ihrer Objektklasse mit dem Instrument der Vernunft. Das Kennzeichen der Aussagen über die abstrakten numerischen Objekte ist dabei ihre transsubjektive und auch transkulturelle Invarianz, einfacher ausgedrückt, deren Unab-

17 K. R. Popper: Vermutungen und Widerlegungen, Tübingen 1994, Kap. 3

18 Der Satz „Der Einbrecher hatte das falsche Stemmeisen dabei“ bedeutet nicht, daß ein solches Werkzeug wahr oder falsch sein kann, sondern nur, daß dieses Gerät in dieser Situation seinen Zweck nicht erfüllt hat.

19 D. Zeh: Physik ohne Realität, Tiefsinn oder Wahnsinn, Berlin, Heidelberg 2012

hängigkeit vom menschlichen Empfinden, Anschauen und Vorstellen.

Die Gegenständlichkeit der mathematischen Welt manifestiert sich in zwei Arten von Eigenschaften, Quantitäten und Mustern, wobei man *cum grano salis* die elementare Mathematik als Größenlehre und die höhere Mathematik als Strukturlehre ansprechen kann. Für die Verächter einer mathematischen Komponente im Bildungsbegriff sei hier angemerkt, daß als Gründungsväter eines solchen Universalienrealismus Platon und Aristoteles figurieren, wobei deren Differenz nur darin besteht, ob es sich um Realismus *ante rem* oder in *rebus* handelt. Dazu später mehr. Frege hat in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen, daß ein subjektivistisches Konzept der Zahl zu der seltsamen Konsequenz führen würde, daß es unbestimmt viele unvergleichbare personale Zahlvorstellungen nebeneinander gäbe und daß riesige Zahlen, die sich noch nie ein Mensch vorgestellt hat, nicht existierten.²⁰ Für Geoffrey Hardy ist die Primzahleigenschaft von 317 eine abstrakte Tatsache, sie handelt von dem Objekt 317 und daß sie wahr ist, kann mit der Vernunft eingesehen und von jedermann verifiziert werden.²¹ Die Einsicht in den objektiven Charakter der mathematischen Vernunft ist selbst kein mathematischer, sondern ein erkenntnistheoretischer Satz; selbst für einen unnachgiebigen Geisteswissenschaftler müßte dieser metamathematische Satz zur Bildung gehören.

Noch ein Wort über den zweiten Teil der obigen These von Schwanitz. Diese noch heftigere Unterstellung, daß Wissen über die Natur und ihre mathematischen Gesetze nur Schaden stifte, erinnert an frühere Zeiten, an Warnungen aus dem frühen christlichen Mittelalter, als man nicht nur die Naturlehre, sondern sogar

20 „Wir sehen, zu welchen Wunderlichkeiten es führt, wenn man den Gedanken weiter ausspinn, daß die Zahl eine Vorstellung sei. Und wir kommen zu dem Schluß, daß die Zahl weder räumlich noch physikalisch ist, wie Mills Haufen von Kieselsteinen und Pfeffernüssen, noch auch subjektiv wie die Vorstellungen, sondern unsinnlich und objektiv.“ (G. Frege: Die Grundlagen der Arithmetik, § 27)

21 G. Hardy: A mathematician's Apology, Kap. 22

die Mathematik als glaubensgefährdend ansah.²² Dies galt wohl aus dem doppelten Grund, weil einerseits die Aufmerksamkeit der Gläubigen durch die überflüssigen Inhalte vom Seelenheil abgelenkt wird und andererseits die Verstandesschärfung die Inkohärenzen und Begründungsdefizite in den theologischen Abhandlungen aufdeckt. Logik und Mathematik standen nicht erst seit Luther unter Generalverdacht der zersetzenden Subversivität.²³

Das gleiche geschah im islamischen Kulturraum, als Al Gazali die Logik und Mathematik als rationale Bedrohung für das Studium des Korans betrachtete, womit er zweifelsohne recht hatte, wengleich man in der Bewertung dieser Tatsache unterschiedlicher Meinung sein kann. Nach Al Gazali²⁴ gehört die Mathematik wie die Logik zu den philosophischen Wissenschaften, die dazu angetan sind, den Menschen die Gottesfurcht und die Frömmigkeit zu rauben.²⁵ Al Gazalis Bedenken bedeuten somit, daß logische Analysen theologischen – wir würden heute verallgemeinern: allen geisteswissenschaftlichen – Texten auf Grund ihrer diffusen Semantik gefährlich werden können. Soweit Literatur nicht einfach Beschreibung fiktiver Ereignisse ist, sondern auch auf metaphorischem oder allegorischem Wege philosophische Gehalte transportieren soll, bietet sie Ansatzpunkte zur logischen, methodologischen und epistemischen Kritik. Dann lassen sich Fragen nach Konsistenz, Überprüfbarkeit und Begründung nicht einfach als illegitim abweisen. Al Gazali hatte zweifellos recht, denn die logische

22 Im Codex Justinianus von 529 lautet der betreffende Passus 9.18.0 „De maleficiis et mathematicis ceteris et similibus“ unmißverständlich: „Ars autem mathematicae damnabilis interdicto est.“ Auch Augustinus hat die Geltungshierarchie zwischen weltlicher Wissenschaft und Offenbarungswissen unmißverständlich klargelegt: „Maiores quippe Scripturae hujus auctoritas quam omnis humani ingenii capacitas“ (De Genesi ad litteram lib. II,5)

23 Für Luther war die Logik ein Werk des Teufels und die Vernunft eine Hure. Vgl. Th. Dieter: Der junge Luther und Aristoteles, Berlin 2001, S. 638

24 Muhammad al Gazali (1058–1111) war Gegner und Kritiker der vernunftbasierten Philosophie, weil sie gefährlich für die koranischen Lehren sei. Er proklamierte die höhere Weisheit des Sufismus als Ausdruck der göttlichen Offenbarung. (Vgl. sein Werk Der Erretter aus dem Irrtum. Hamburg Phil. Bibl. 389, Die Zerstörung der Philosophie)

25 E. Grant: Science and Religion 4000 BC to A. D. 1550. From Aristotle to Copernicus