Andreas Barth

Physik und Arzneiformenlehre

Kurzlehrbuch
und kommentierte Prüfungsfragen
für Pharmazeuten

9. Auflage

Deutscher Apotheker Verlag

Andreas Barth
Physik und Arzneiformenlehre

Physik und Arzneiformenlehre

Kurzlehrbuch und kommentierte Prüfungsfragen für Pharmazeuten

von Andreas Barth, Heidenheim
bearbeitet von Judith Kuntsche, Halle/Saale

9., vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage
mit 425 Abbildungen und 23 Tabellen

Deutscher Apotheker Verlag

Anschrift der Bearbeiterin:

Dr. Judith Kuntsche
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Institut für Pharmazie
Institutsbereich Pharmazeutische Technologie und Biopharmazie
Wolfgang-Langenbeck-Str. 4
06120 Halle/Saale

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter http://dnb.d-nb.de abrufbar.

9., vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage

ISBN 978-3-7692-5216-3

Birkenwaldstraße 44, 70191 Stuttgart
www.deutscher-apotheker-verlag.de
Printed in Germany

Satz: le-tex publishing services GmbH
Druck und Bindung: CPI books, Ulm
Umschlagabbildung: Mauritius Images, Mittenwald
Umschlaggestaltung: Atelier Schäfer, Esslingen

Vorwort zur 9. Auflage

Das vorliegende Buch wendet sich an Studierende der Pharmazie im Grundstudium, insbesondere zur Vorbereitung auf das 1. Staatsexamen. Seit Herbst 2003 ist die Arzneiformenlehre Bestandteil der Physikprüfung. Das fand bereits in der 8. Auflage des „Barth“ Berücksichtigung, und die vorliegende 9. Auflage erscheint nunmehr unter dem erweiterten Titel „Physik und Arzneiformenlehre – Kurzlehrbuch und kommentierte Prüfungsfragen für Pharmazeuten“.

Sowohl das Kurzlehrbuch als auch der Fragenteil zur Arzneiformenlehre wurden grundlegend überarbeitet und erweitert. Als Herzstück des „Barth“ wurden der Fragen- und Kommentarteil aktualisiert, wobei Prüfungsfragen aus den Jahren 2005 bis 2010 Aufnahme fanden.

Möge dieses Buch allen Studierenden der Pharmazie eine nützliche Hilfe bei der Prüfungsvorbereitung sein!

Halle/Saale, im Frühjahr 2011

Judith Kuntsche

Inhaltsverzeichnis

Teil I

Physik und Arzneiformenlehre

Der Lehrbuchteil richtet sich inhaltlich im Wesentlichen nach dem Gegenstandskatalog, seine Gliederung weicht jedoch an einigen Stellen von diesem ab, so dass einige zusammengehörige Themen auch zusammen behandelt werden können.

1 Allgemeines

1.1 Physikalische Größen und Einheiten

1.1.1 Physikalische Größen

Eine physikalische Größe wird immer geschrieben als Produkt aus Maßzahl und Einheit:

$$\text{Physikalische Größe} = \text{(Maß-) Zahl} \cdot \text{Einheit}$$

Beispiel: Masse eines Körpers $= 25$ kg

1.1.2 Internationales Einheitensystem

Bei der Festlegung der Basisgrößen und -einheiten des SI (Système International d'Unités) waren Tradition und Zweckmäßigkeit ausschlaggebend. Eine physikalische Begründung für gerade diese Auswahl gibt es nicht.

Basisgröße	SI-Einheit	Prinzip der Festlegung
Zeit	Sekunde	1 s ist das 9 192 631 770-fache der Schwingungsdauer einer von ^{133}Cäsium emittierten Strahlung.
Länge	Meter	1 m ist die Strecke, die das Licht im Vakuum in 1/299 792 458 s zurücklegt. (17. CGPM = Conférence Générale des Poids et Mesures, 20.10.1983). Bis zu diesem Zeitpunkt wurde das Meter als das 1 650 763,73-fache der Wellenlänge einer von ^{86}Kr emittierten Strahlung definiert.
Masse	Kilogramm	1 kg ist festgelegt durch die Masse eines international anerkannten Vergleichskörpers (Urkilogramm).
Elektrische Stromstärke	Ampere	1 A ist die Stromstärke, die, wenn sie durch zwei parallele Leiter im Abstand 1 m fließt, zwischen diesen eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N pro Meter Leiterlänge erzeugt.
Temperatur	Kelvin	1 K ist $\frac{1}{273,16}$ der absoluten (thermodynamischen) Temperatur des Tripelpunkts von Wasser. (273,16 K = 0,01 °C)
Stoffmenge	Mol	1 mol ist die Stoffmenge, die sich aus der Anzahl von Einzelteilchen (Moleküle, Atome) eines Stoffs ergibt, die gleich der Anzahl der Atome in 12 g ^{12}Kohlenstoff ist. 1 mol entspricht $6,023 \cdot 10^{23}$ „Teilchen".
Lichtstärke	Candela	1 cd ist die Lichtstärke, die eine bestimmte Fläche eines schwarzen Körpers unter festgelegten Bedingungen (Druck, Temperatur) senkrecht zur Oberfläche emittiert.

1.1.3 Abgeleitete Größen und Einheiten, Dimension

Aus den im SI festgelegten Basisgrößen und den zugehörigen Basiseinheiten können alle anderen physikalischen Größen und ihre Einheiten abgeleitet werden. Die Kombination der zu einer physikalischen Größe gehörenden Basisgrößen heißt Dimension. Die dabei entstehenden Einheitenkombinationen haben in einigen Fällen eigene Namen erhalten.

1.1.4 Einheiten außerhalb des SI

Aus Gründen der Bequemlichkeit und der Tradition werden auch noch eine Reihe anderer Einheiten verwendet, wie z. B.

Zeit:	1 h (Stunde) $= 60$ min (Minuten) $= 3\,600$ s
Masse:	1 t (Tonne) $= 1\,000$ kg
Druck:	1 bar $= 10^5$ Pa (Pascal) 1 Torr = 1 mm Quecksilbersäule = 133 Pa
Temperatur:	°C Temperatur in °C ist Temperatur in K minus 273,15. bei Temperaturdifferenz: 1 °C = 1 K
Energie:	1 cal (Kalorie) = 4,186 J (Joule) 1 eV (Elektronenvolt) $= 1,6 \cdot 10^{-19}$ J (Joule)
Leistung:	1 PS („Pferdestärke")= 735,5 W (Watt)

1.1.5 Bruchteile und Vielfache von Einheiten

Bei physikalischen Größen mit sehr kleinen oder sehr großen Zahlenwerten ist es übersichtlicher, wenn man die Einheiten mit Vorsätzen für dezimale Vielfache und Teile versieht. Es bedeuten:

dezi	(d) 10^{-1}		deka	(da) 10^{+1}
zenti	(c) 10^{-2}		hekto	(h) 10^{+2}
milli	(m) 10^{-3}		kilo	(k) 10^{+3}
mikro	(μ) 10^{-6}		mega	(M) 10^{+6}
nano	(n) 10^{-9}		giga	(G) 10^{+9}
pico	(p) 10^{-12}		tera	(T) 10^{+12}
femto	(f) 10^{-15}		peta	(P) 10^{+15}
atto	(a) 10^{-18}		exa	(E) 10^{+18}

Beispiele:

$$1\text{ pF (Pico} - \text{Farad)} = 10^{-12}\text{ F}$$

$$1\text{ GHz (Giga} - \text{Hertz)} = 10^{9}\text{ Hz}$$

1.1.6 Skalare und Vektoren

Skalare sind allein durch die Angabe einer (Maß-) Zahl ausreichend gekennzeichnet. Zur vollständigen Beschreibung eines Vektors sind Angaben über Betrag und Richtung nötig (vgl. auch II 1.5).

Skalare sind z. B. Zeit, Masse, Energie, Leistung, Temperatur.

Vektoren sind z. B. Kraft, Drehmoment, Impuls, Geschwindigkeit, Beschleunigung, elektrische und magnetische Feldstärke.

1.2 Physikalische Messungen

1.2.1 Unsicherheiten, Messfehler

Physikalische Messungen sind nie absolut genau, man unterscheidet:

Systematische Fehler beruhen auf ungenauen Maßstäben, falscher Eichung, (systematisch) falscher Anwendung der Messgeräte, nicht vorschriftsmäßigen Mess- (Umwelt-) bedingungen usw. Systematische Fehler gehorchen einem bestimmten Gesetz, sie können also, wenn dieses Gesetz bekannt ist, korrigiert werden.

Zufällige Fehler können – im Gegensatz zu systematischen Fehlern – teils über, teils unter dem wahren (tatsächlichen) Wert liegen; sie beruhen auf ungenauer Ablesung, wechselnden Messgeräten usw. Zufällige Fehler können durch erhöhte Sorgfalt verringert, aber nicht ganz unterdrückt werden, sie sind die Hauptursache für die Unsicherheit von Messwerten. Da sie den Gesetzen der Statistik gehorchen, können zufällige Fehler auch dadurch minimiert werden, dass man von mehreren Messwerten derselben Größe den arithmetischen Mittelwert bildet.

Fehler bei Zählungen statistischer Ereignisse können vorkommen, wenn z. B. zwei zu zählende Ereignisse zeitlich so dicht aufeinander folgen, dass sie nicht getrennt wahrgenommen werden können, oder wenn ein Ereignis doppelt gezählt wird. Aber selbst wenn das Ergebnis die Verhältnisse während der Zählung korrekt wiedergibt, wird es in den seltensten Fällen mit dem eigentlich zu erwartenden Wert übereinstimmen, eben weil ein statistischer Prozess beobachtet wurde und weil die Zählung selbst nur eine Stichprobe war. Wurden bei der Zählung n Ereignisse registriert, so ist die verbleibende Unsicherheit (auch statistischer Fehler) gleich $\sqrt{n}$.[1]

[1] Dies gilt in vielen Fällen zumindest für große n, jedoch nicht immer. Im Einzelfall kann dies nur durch die Kenntnis der zugrundeliegenden Statistik geklärt werden.

1.2.2 Absoluter und relativer Fehler, Fehlerfortpflanzung

Absoluter oder Messfehler	$= \pm$Abweichung
relativer Fehler	$= \pm \frac{\text{Abweichung}}{\text{Bezugswert}}$
relativer prozentualer Fehler	$= \pm \frac{\text{Abweichung} \cdot 100\,\%}{\text{Bezugswert}}$

Beispiel: Bei der Vermessung eines Grundstücks ergibt sich eine Fläche von

$$A = (500 \pm 2{,}5)\,\mathrm{m}^2$$

dann ist der absolute Fehler:

$$\pm 2{,}5\ \mathrm{m}^2$$

der relative Fehler:

$$\pm 2{,}5\ \mathrm{m}^2 / 500\ \mathrm{m}^2 = \pm 0{,}005 = \pm 5 \cdot 10^{-3}$$

der relative prozentuale Fehler:

$$\pm(0{,}005 \cdot 100)\,\% = \pm 0{,}5\ \%$$

Bei der Angabe von Fehlern beschränkt man sich auf maximal zwei zählende Stellen, wobei im Zweifelsfall immer aufgerundet wird. Bei der Darstellung des Bezugswerts gibt man sinnvollerweise nur so viele Dezimalstellen an, dass zumindest die vorletzte Stelle sicher richtig ist und der Fehler nur die letzte Stelle betrifft.

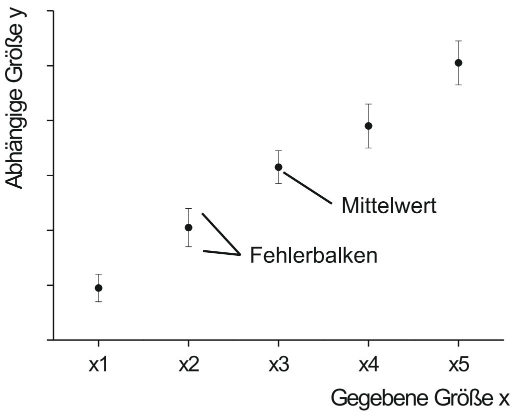
Beispiel:

vorliegende Werte:	8,345 67	±	0,023 45
Der Fehler wird dargestellt durch		±	0,024
oder auch durch		±	0,03
als Bezugswert notiert man	8,34		
als Messergebnis erhält man also	8,34	±	0,03

Werden mehrere fehlerhafte Größen miteinander verknüpft, so ist auch die entstehende neue Größe fehlerbehaftet: Bei Addition bzw. Subtraktion der Komponenten addieren sich die Beträge der absoluten Fehler. Bei Multiplikation bzw. Division der Komponenten addieren sich die Beträge der relativen (prozentualen) Fehler.

1.2.3 Graphische Darstellung von Messungen und Fehlern

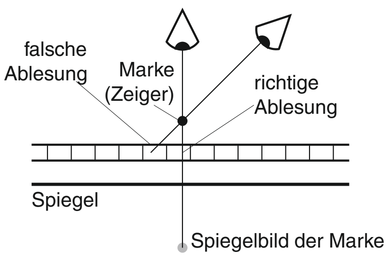
Der Zusammenhang zwischen einer gegebenen Größe X und einer davon abhängigen Größe Y soll graphisch dargestellt werden. Hierzu werden die Mittelwerte der Messwerte (y) zusammen mit ihren absoluten Fehlern bei den unterschiedlichen Messpunkten (x) aufgetragen, wobei der Fehlerbalken dem 2-fachen Fehler (Abweichung nach oben und Abweichung nach unten) entspricht.



Die Verbindungslinie aller so erhaltenen Mittelwerte $\overline{y_i}$ ergibt eine idealisierte Wertekurve S, die den funktionalen Zusammenhang der Größen X und Y recht gut wiedergibt. Wird dieser Zusammenhang mit einer Exponentialfunktion beschrieben, bietet sich eine Darstellung mit Hilfe logarithmischer Skalen an (vgl. dazu II 1.2).

1.2.4 Messverfahren, Messgeräte und ihr Gebrauch

Analoge Messverfahren: Messgeräte, deren Anzeige eine stetige Funktion der Messgröße ist, arbeiten analog. Häufig erfolgt die Anzeige durch eine „verschiebbare Marke" auf einer Skala (Zeigerinstrumente, Thermometer) oder einer skalierten Fläche (Kurvenschreiber, Oszilloskop). Wenn diese Marke einen Abstand von der Skala hat, kann man mit Hilfe eines Spiegels eine parallaxenfreie Ablesung erhalten.



Digitale Messverfahren: Messgeräte, deren Anzeige aus einer Ziffernkombination besteht, arbeiten digital. Die Anzeigegenauigkeit digitaler Messgeräte ist oft durch ihr eingeschränktes Auflösungsvermögen begrenzt. Wenn ein Gerät z. B. nur ganze Zahlen anzeigt, so kann die Messung nicht auf ein Zehntel (eine Stelle hinter dem Komma) genau sein. Insbesondere vielstellige Digitalanzeigen täuschen aber häufig auch eine phantastische Genauigkeit vor. Hier empfiehlt sich ein sorgfältiges Studium der Unsicherheitsangaben, auch bei vorgeschalteten Messumformern. Kein Messgerät kann aus unsicheren Eingangsdaten genauere Ausgangsdaten liefern (vgl. dazu auch Fehlerfortpflanzung: I 1.2.2).

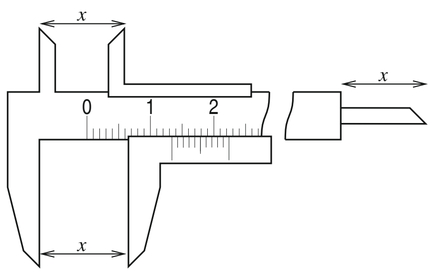
Die wichtigste Gruppe digitaler Messverfahren und gleichzeitig Hilfsmittel bei der Umwandlung analoger in digitale Messwerte sind Zählungen (vgl. auch I 1.2.1).

Direkte Messverfahren erlauben einen unmittelbaren Vergleich zwischen der Messgröße und einem Bezugswert. Dazu gehören z. B. Anlegen eines Maßstabs, Massenvergleich auf einer Balkenwaage, Vergleich eines unbekannten mit einem bekannten Widerstand in einer Wheatstoneschen Brücke und Zeitmessungen mit einer Stoppuhr.

Indirekte Messverfahren arbeiten mit einer Messwertumwandlung. Die gesuchte Messgröße wird dabei auf andere Zwischengrößen zurückgeführt. Beispiele: Eine Geschwindigkeit wird aus Entfernungs- und Zeitmessung bestimmt. Eine Temperaturdifferenz wird über Thermospannung und Zeigerausschlag eines Voltmeters bestimmt.

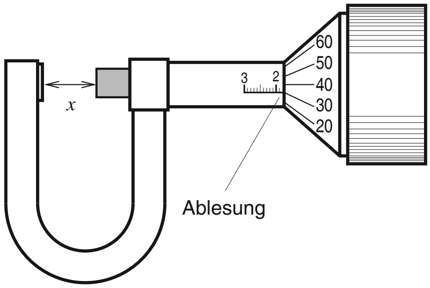
Die Güteklasse eines Messgeräts gibt an, um wieviel Prozent des Messbereichs (Vollausschlag) die Anzeige des Instruments vom wirklichen Wert abweichen darf. Dabei kommt es nicht darauf an, an welcher Stelle der Skala der jeweilige Messwert liegt. Da der relative Messfehler im unteren Anzeigebereich der Skala oft sehr groß werden kann, empfiehlt es sich, zur genaueren Messung ein Messgerät (bzw. einen Messbereich) zu wählen, bei dem der Messwert im oberen Teil der Anzeigeskala liegt.

Beispiele: Längenmessung mit Schieblehre und Mikrometerschraube.



Die 0 der Noniusskala steht zwischen 1,3 cm und 1,4 cm. Skala und Nonius stimmen beim Noniuswert 4 überein, damit ist die zweite Stelle hinter dem Komma eine 4.

Ablesung: das Maß x ist 1,34 cm oder 13,4 mm.



Auf der Zentimeterskala ist die Marke für 1,9 cm, der Teilstrich für 1,8 cm jedoch nicht mehr zu erkennen. Die Grundlinie der Zentimeterskala stimmt mit dem Wert 30 auf der umlaufenden Skala überein.

Ablesung: 1,830 cm oder 18,30 mm.

2 Mechanik

2.1 Bewegungen

2.1.1 Bezugssysteme, Bewegungsarten

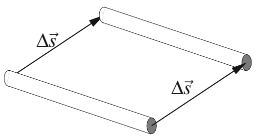
Unter der Bewegung eines Körpers versteht man die Änderung seiner räumlichen Lage mit der Zeit. Verändert ein Körper eine bestimmte Zeit lang seine Lage nicht, so befindet er sich im Zustand der Ruhe. Bei der Feststellung, ob sich ein Körper im Zustand der Bewegung oder der Ruhe befindet, können verschiedene Beobachter zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen. Dazu zwei Beispiele:

1. A steht auf dem Bahnsteig und sieht B nach, der in seinem Abteil am Fenster des abfahrenden Zugs steht. A wird sich der zunehmenden Entfernung von B bewusst, B bewegt sich also von ihm fort. Der Reisende C, der sich im selben Abteil wie B aufhält, kann dagegen keine Bewegung von B feststellen.

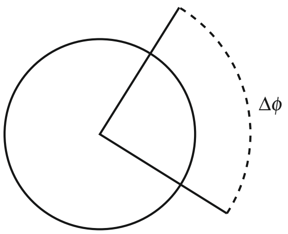
2. A steht diesmal auf dem Jahrmarkt und beobachtet B, der sich in der Mitte auf einer langsam rotierenden Drehscheibe befindet. Die Entfernung zwischen den beiden ändert sich zwar nicht, aber A stellt dennoch eine Bewegung von B fest, dessen Drehung um seine Achse. C dagegen, der mit B auf die Scheibe geklettert ist, kann wieder keine Bewegung von B feststellen.

Wie man sieht, ist zur Beschreibung der Lageänderung eines Körpers ein Bezugssystem nötig, von dem aus die Beobachtung erfolgt. Erst wenn man sich für ein Bezugssystem entschieden hat, kann eine Bewegung relativ zu diesem System beschrieben werden. Dabei unterscheidet man grundsätzlich zwei Bewegungsarten:

Translation: geradlinige Bewegung, alle Punkte eines Körpers bewegen sich auf parallelen Bahnen um eine Strecke $\Delta\vec{s}$.



Rotation: Drehbewegung eines Körpers um eine im Bezugssystem ruhende (raumfeste) Achse um einen Winkel $\Delta\phi$.



Aus diesen beiden Grundarten der Bewegung lässt sich jede beliebige Bewegung zusammensetzen. Translation und Rotation werden mathematisch gleich behandelt. In Formeln und graphischen Darstellungen werden lediglich unterschiedliche Symbole verwendet. Die einander entsprechenden Größen werden deshalb in den folgenden Abschnitten parallel behandelt.

2.1.2 Geschwindigkeit, Winkelgeschwindigkeit

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{benötigte Zeit}}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

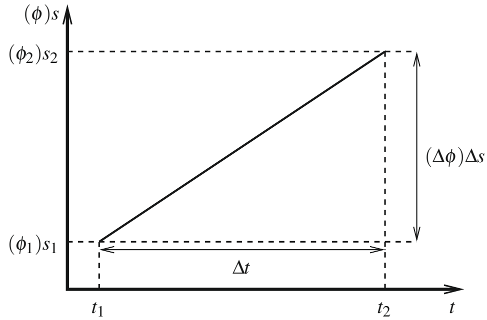
bzw.

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} = \frac{\text{Winkeländerung}}{\text{benötigte Zeit}}$$

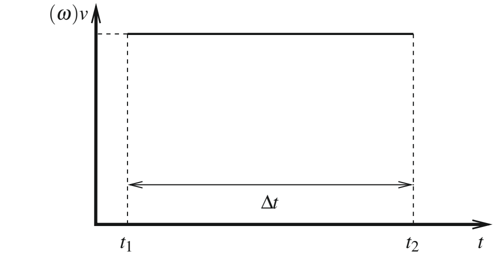
$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad \left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]$$

Die Position eines Körpers am Anfang (t_1, s_1) und am Ende (t_2, s_2) einer Beobachtung genügen nicht zur vollständigen Beschreibung der beobachteten Bewegung. Mit Hilfe dieser Eckdaten kann lediglich die Durchschnitts-(winkel)geschwindigkeit im Beobachtungszeitraum angegeben werden. Führt der Körper in gleichen Zeitabschnitten immer gleiche Positionsänderungen durch, so bewegt er sich mit konstanter (Winkel-) Geschwindigkeit. Man spricht von einer gleichförmigen (Kreis-) Bewegung, die graphisch so dargestellt wird:

Weg-Zeit-(s-t-)Diagramm



Geschwindigkeits-Zeit-(v-t-)Diagramm



2.1.3 Beschleunigung, Winkelbeschleunigung

Ändert sich die (Winkel-) Geschwindigkeit während der Beobachtung, so spricht man von einer ungleichförmigen oder beschleunigten Bewegung. Bei konstanter (gleichmäßiger) Beschleunigung gilt:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Änderung der Geschwindigkeit}}{\text{benötigte Zeit}}$$

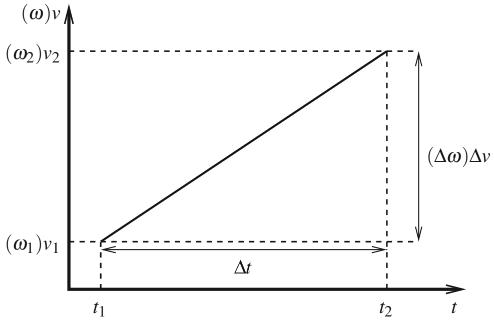
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$$

bzw.

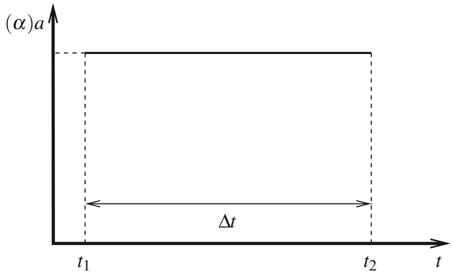
$$\text{Winkelbeschleunigung} = \frac{\text{Änderung der Winkelgeschw.}}{\text{benötigte Zeit}}$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad \left[\frac{1}{\mathrm{s}^2}\right]$$

v-(ω-)t-Diagramm



a-(α-)t-Diagramm



Bei ungleichmäßiger (Winkel-)Beschleunigung können mit den oben genannten Gleichungen wieder lediglich die entsprechenden Mittelwerte im Beobachtungszeitraum bestimmt werden.

2.1.4 Allgemeiner Zusammenhang: Weg–Geschwindigkeit–Beschleunigung bzw. Winkel–Winkelgeschwindigkeit–Winkelbeschleunigung

Momentanwerte (zum Zeitpunkt t) einer Größe X erhält man nur, wenn die funktionale Abhängigkeit $X = f(t)$ bekannt ist, z. B. in Form einer Gleichung, einer Tabelle oder einer graphischen Darstellung.

Gegeben sei der Weg s eines Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t:

$$s = f(t)$$

dann ergibt sich seine Geschwindigkeit aus der Ableitung dieser Funktion :

$$v = \dot{f}(t) = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

eine weitere Ableitung nach der Zeit ergibt die Beschleunigung des Körpers:

$$a = \ddot{f}(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}$$

Entsprechend gilt für die Kreisbewegung: bei gegebener Winkelfunktion:

$$\phi = f(t)$$

ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit aus:

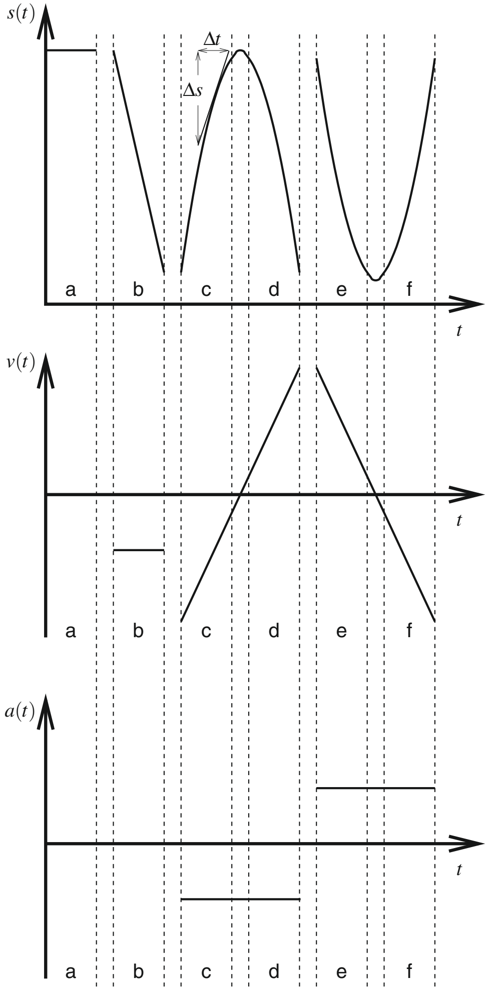
$$\omega = \dot{f}(t) = \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}$$

und die Winkelbeschleunigung aus:

$$\alpha = \ddot{f}(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2} = \ddot{\phi}$$

Graphische Bedeutung (vgl. dazu auch II 1.2): Im Weg-(Winkel)-Zeit-Diagramm wirkt sich eine (Winkel-) Beschleunigung durch eine Krümmung des Graphen aus. Die Steigung in jedem einzelnen Punkt der Kurve gibt die Momentan(winkel)geschwindigkeit wieder.

Im (Winkel-) Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm gibt die Steigung der Kurve im jedem Punkt die Momentan(winkel)beschleunigung wieder. Beispiele zur graphischen Darstellung und Auswertung:



a: ruhender Körper (keine Ortsveränderung)

b: gleichförmige Bewegung (negative Orientierung)

c: gleichmäßige Beschleunigung (negative Orientierung) Verzögerung der absoluten Geschwindigkeit (Betrag); Kurve im *s*-*t*-Diagramm wird mit der Zeit flacher.

d: gleichmäßige Beschleunigung (negative Orientierung) Achtung: Steigung der absoluten Geschwindigkeit (Kurve im *s*-*t*-Diagramm wird mit der Zeit steiler.)

e: gleichmäßige Beschleunigung (positive Orientierung) Achtung: Verzögerung der absoluten Geschwindigkeit (Kurve im *s*-*t*-Diagramm wird mit der Zeit flacher.)

f: gleichmäßige Beschleunigung (positive Orientierung) Steigung der absoluten Geschwindigkeit (Kurve im *s*-*t*-Diagramm wird mit der Zeit steiler.)

Bestimmung der Momentangeschwindigkeit (zur Zeit t): $v = \frac{ds}{dt}$ (Steigung im *s*-*t*-Diagramm)

Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit (Durchschnittsgeschwindigkeit): $\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

2.1.5 Geradlinige Bewegungen, einfache Gesetze

Gleichförmige Bewegung: Das Weg-Zeit-Gesetz lautet

$$s = v \cdot t + s_0$$

Dies ergibt im *s*-*t*-Diagramm eine Gerade. s_0 ist der Ort, v_0 die Geschwindigkeit zu Beginn des Beobachtungszeitraums ($t = 0$).

Gleichmäßige Beschleunigung: Das Weg-Zeit-Gesetz lautet

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

Dies ergibt im *s*-*t*-Diagramm eine Parabel, und das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz ist dann

$$v = a \cdot t + v_0$$

was im *v*-*t*-Diagramm eine Gerade ergibt.

2.1.6 Rotationsbewegungen

Analog zu den linearen Bewegungen gilt für die

Gleichförmige Kreisbewegung: Winkel-Zeit-Gesetz:

$$\phi = \omega \cdot t + \phi_0$$

Im ϕ-t-Diagramm ergibt dies eine Gerade.

Gleichmäßige Winkelbeschleunigung: Winkel-Zeit-Gesetz:

$$\phi = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \phi_0$$

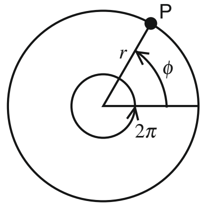
ϕ_0**:** Winkel zu Beginn des Beobachtungszeitraums

ω_0**:** Winkelgeschwindigkeit zu Beginn des Beobachtungszeitraums

Dies ergibt im ϕ-t-Diagramm eine Parabel. Das Winkelgeschwindigkeits-Zeit-Gesetz lautet hier

$$\omega = \alpha \cdot t + \omega_0$$

und ergibt eine Gerade im ω-t-Diagramm.



Der Punkt P soll eine gleichförmige Kreisbewegung ausführen. Ein vollständiger Umlauf entspricht dabei 360 ° oder 2π. Die dafür benötigte Zeit ist die Periodendauer T. Seine Winkelgeschwindigkeit ($\frac{\text{Winkeländerung}}{\text{Zeit}}$) beträgt also

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2\pi\nu$$

Dabei ist die Frequenz

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad \left[\frac{1}{\mathrm{s}} = 1\ \mathrm{Hz} \quad \text{(Hertz)}\right]$$

$\omega = 2\pi\nu$ wird auch Kreisfrequenz genannt.

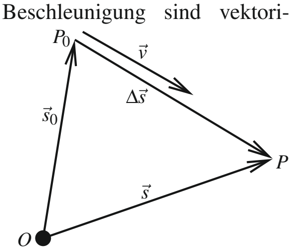
Der von P während einer Periodendauer T zurückgelegte Weg entspricht dem Kreisumfang $U = 2\pi r$. Seine Geschwindigkeit auf dieser Kreisbahn heißt Kreisbahngeschwindigkeit oder Umfangsgeschwindigkeit v_U. Es gilt

$$v_U = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = \omega \cdot r$$

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist die Kreisfrequenz und damit auch die Umfangsgeschwindigkeit vom Betrag her konstant. Der umlaufende Punkt ändert aber seine Bewegungsrichtung ständig. Er wird senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung beschleunigt. Diese hier zum Drehzentrum gerichtete Radialbeschleunigung heißt Zentripetalbeschleunigung

$$a_r = \frac{v_U^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = r \cdot \omega^2$$

2.1.7 Vektoren bei linearen Bewegungen



Geschwindigkeit und Beschleunigung sind vektorielle Größen. Zu ihrer vollständigen Beschreibung sind Betrag und Richtung nötig. Um der vektoriellen Darstellung einer Bewegung formal gerecht zu werden, führt man zusätzlich einen sogenannten Ortsvektor $\vec{s}$ ein. Er stellt anschaulich Blickrichtung und Entfernung vom Beobachter (z. B. vom Koordinatenursprung O) zum Ort des Geschehens dar. Eine gleichförmige lineare Bewegung von P_0 nach P kann z. B. wie in der beistehenden Skizze dargestellt werden.

$\vec{s}_0$**:** Ortsvektor zum Punkt P_0

$\vec{s}$**:** Ortsvektor zum Punkt P

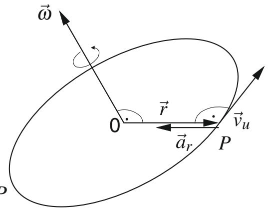
$\vec{v}$**:** Geschwindigkeitsvektor

$\Delta\vec{s} = \vec{v} \cdot t$**:** zurückgelegter Weg

Die Gleichungen aus I 2.1.5 haben in vektorieller Darstellung die Form

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v} \cdot t$$
$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v} + \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2$$
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$$

2.1.8 Vektoren bei Rotationsbewegungen



Die gleichförmige Kreisbewegung eines Punktes P um ein Drehzentrum O kann mit Vektoren wie in der beistehenden Skizze dargestellt werden.

$\vec{r}$**:** Ortsvektor zum Punkt P

$\vec{\omega}$**:** Winkelgeschwindigkeitsvektor

$\vec{v}_u$**:** Vektor der Umfangsgeschwindigkeit

$\vec{a}_r$**:** Vektor der Radialbeschleunigung

$\vec{\omega}$ stellt anschaulich die Achse der Drehbewegung dar und zeigt in die Bewegungsrichtung einer rechtsdrehenden Schraube (vgl. Rechte-Hand-Regel, II 1.5). $\vec{r}$ und $\vec{a}_r$ sind entgegengesetzt orientiert und haben deshalb verschiedene Vorzeichen. Die Gleichungen aus I 2.1.6 haben in vektorieller Darstellung die Form

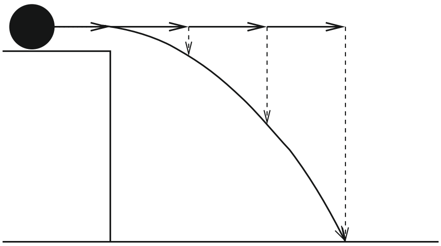
$$\vec{\phi} = \vec{\phi}_0 + \vec{\omega} \cdot t$$
$$\vec{\phi} = \vec{\phi}_0 + \vec{\omega}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$
$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\alpha} \cdot t$$
$$\vec{v}_u = \vec{\omega} \times \vec{r}$$
$$\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{v}_u$$
$$\vec{a}_r = -\vec{r} \cdot \omega^2$$

(Vektor bzw. Skalarprodukt siehe II 1.5)

2.1.9 Vektorielle Überlagerung von Bewegungen

Mehrere einfache Bewegungen lassen sich zu jeder beliebigen Bewegung zusammensetzen. Die Vektoren der einzelnen Komponenten werden einfach addiert. Ein Ball, der z. B. von einem Tisch rollt, behält seine waagrechte

Geschwindigkeitskomponente bei, der aber eine entsprechend der Erdbeschleunigung g ständig wachsende senkrechte Komponente überlagert wird. Der Ball beschreibt eine Parabelbahn.



2.1.10 Zeitabhängige Vorgänge

Der Wert physikalischer Größen ist oft zeitlich nicht konstant. Man spricht dann von einer zeitabhängigen Größe und schreibt für eine Größe A:

$$A(t)$$

um die Zeitabhängigkeit anzudeuten.

Gibt es eine gewisse Zeitspanne (Periode) T, nach der sich die Zeitabhängigkeit wiederholt, also

$$A(t+T) = A(t)$$

für jedes beliebige t gilt, so spricht man von einem periodischen Vorgang mit der Periode T (z. B. Lichtblitze eines Stroboskops, Arbeitstakte einer Maschine.); gibt es eine solche Periode nicht, so ist der Vorgang aperiodisch.

Der Kehrwert der Periode ist die Frequenz:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Lässt sich der Vorgang sogar in Form einer Sinusfunktion schreiben:

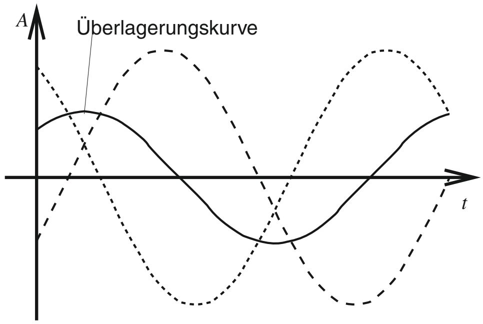
$$A(t) = A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

so spricht man von einem harmonischen Vorgang oder einer harmonischen Schwingung (z. B. die Höhenänderung einer Kabine an einem gleichförmig rotierenden Riesenrad). Die Periode einer solchen Schwingung ist

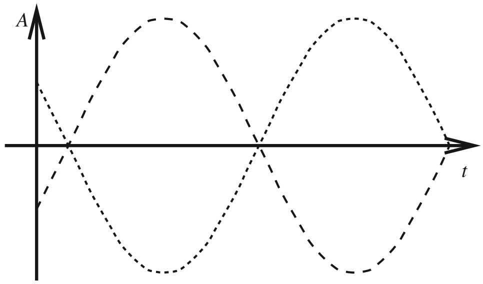
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Harmonische Schwingungen aller Art können sich störungsfrei überlagern. Das Ergebnis ist die Summe aller Einzelauslenkungen zu jedem Zeitpunkt. Bei der Überlagerung von zwei harmonischen Schwingungen gleicher Frequenz bzw. Schwingungsdauer entsteht wieder eine harmonische Schwingung mit derselben Frequenz. Zwei harmonische Schwingungen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude können sich gegenseitig auslöschen, wenn sie in derselben Schwingungsebene liegen und gegeneinander eine Phasenverschiebung von π bzw. eine Zeitverschiebung von $T/2$ aufweisen.

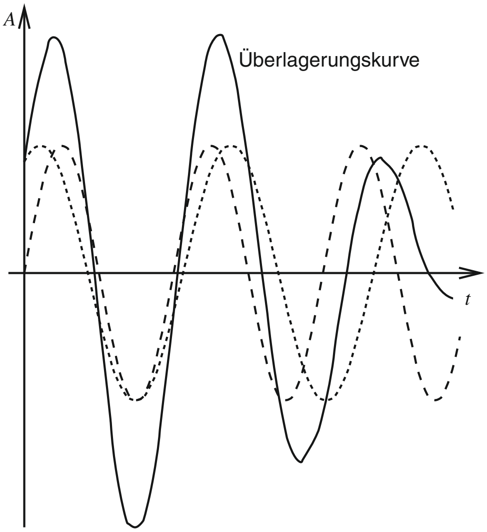
Überlagerung



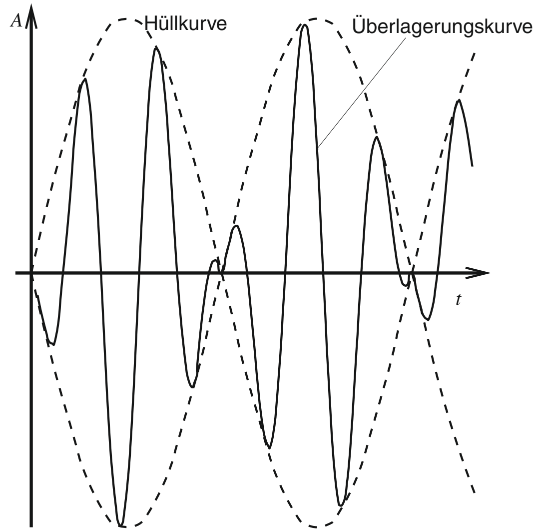
Auslöschung



Überlagerung (geringfügig unterschiedliche Periode)



Schwebung



Die Überlagerung zweier Schwingungen unterschiedlicher Frequenz ν_1 und ν_2 ergibt einen Vorgang (Amplitude ändert sich periodisch), dessen Periode T das kleinste gemeinsame ganzzahlige Vielfache der Perioden T_1 und T_2 ist. Ist das Verhältnis $\frac{\nu_1}{\nu_2}$ nicht rational (als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellbar), so wird T unendlich, was einem aperiodischen Vorgang entspricht. Unterscheiden sich die Frequenzen ν_1 und ν_2 nur geringfügig voneinander, so nennt man den entstehenden periodischen Vorgang eine Schwebung.

Bei der Überlagerung von zwei zueinander senkrechten harmonischen Schwingungen gleicher Frequenz

$$A_x(t) = A_{x,0} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_x)$$
$$A_y(t) = A_{y,0} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_y)$$

entstehen in der A_x-A_y-Ebene ellipsenförmige Umlaufbahnen, die je nach Amplitudenverhältnis

$$\frac{A_{x,0}}{A_{y,0}}$$

und gegenseitiger Phasenverschiebung

$$\phi_x - \phi_y$$

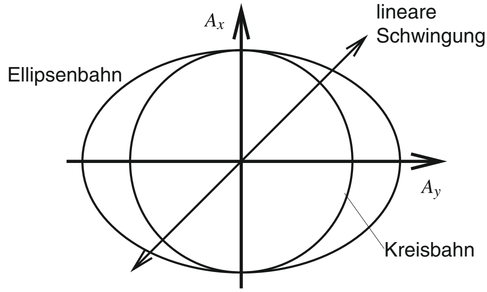
zu Kreisen

$$\frac{A_{x,0}}{A_{y,0}} = 1$$
$$\phi_x - \phi_y = \frac{\pi}{2}$$

oder linearen Schwingungen

$$\phi_x - \phi_y = 0$$

entarten können.



2.2 Kraft und Drehmoment

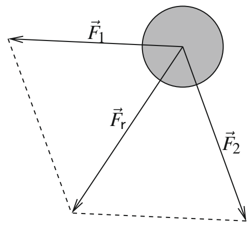
2.2.1 Kräfte

Die mechanische Wirkung von Kräften zeigt sich in der Verformung oder der Beschleunigung von Körpern. Bezüglich ihres Ursprungs unterscheidet man u. a.

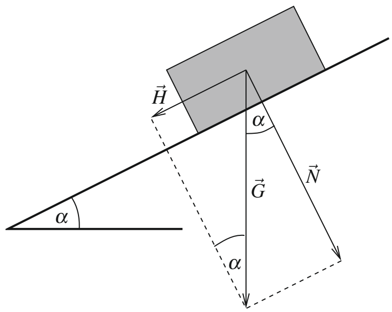
- Gravitationskräfte (vgl. I 2.2.2)
- mechanische Kräfte (z. B. Federkraft, Reibungskraft)
- elektrische Kräfte (z. B. Coulombkraft, vgl. I 4.1.2ff)
- magnetische Kräfte (z. B. zwischen Magnetpolen, vgl. I 4.5.1ff).

Kräfte sind vektorielle Größen. Dazu zwei Beispiele:

- Überlagerung der Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ zur resultierenden Kraft $\vec{F}_r$. Ein frei beweglicher Körper wird sich in Richtung dieser Resultierenden bewegen.



- Zerlegung der Gewichtskraft in die Komponenten Normalkraft und Hangabtrieb (Körper auf einer schiefen Ebene).



$\vec{G}$**:** Gewichtskraft des Körpers

$\vec{N}$**:** Normalkraft, mit dieser Kraft drückt der Körper auf die Unterlage (schiefe Ebene).

$\vec{H}$**:** Hangabtrieb, diese Kraft muss kompensiert werden, wenn ein Abrutschen des Körpers verhindert werden soll.

α**:** Neigungswinkel der schiefen Ebene.

Die Beziehungen zwischen den Beträgen von Gewicht G, Normalkraft N und Hangabtrieb H ergeben sich mit den trigonometrischen Funktionen zu

$$N = G \cdot \cos\alpha$$
$$H = G \cdot \sin\alpha$$

2.2.2 Newtonsche Axiome, Gravitationsgesetz

Die grundsätzlichen Erfahrungen mit Kräften und ihren Wirkungen sind in den Newtonschen Axiomen zusammengefasst:

1. Trägheitsprinzip: Ein Körper, der sich im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung befindet ($\vec{v} = \text{const}$, $\vec{a} = 0$), behält diesen Zustand bei, wenn er nicht durch äußere Kräfte gezwungen wird, ihn zu ändern.

2. Aktionsprinzip: Greift an einem frei beweglichen Körper mit der Masse m eine äußere Kraft $\vec{F}$ an, so erfährt der Körper eine der Kraft $\vec{F}$ proportionale Beschleunigung $\vec{a} = \vec{F}/m$. Die angreifende äußere Kraft ergibt sich also aus Masse mal Beschleunigung

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad \left[1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1\ \mathrm{N}\ \text{(Newton)}\right]$$

3. Reaktionsprinzip: Eine Kraft $\vec{F}_1$ tritt nie isoliert auf. Sie kann nur zusammen mit einer dem Betrag nach gleichen, aber entgegengesetzt wirkenden Kraft $\vec{F}_2$ auftreten. Es gilt dann $F_1 = F_2$ bzw. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ (actio = reactio).

Achtung: Zwei Kräfte, die einen Körper im Gleichgewicht halten, heißen Kompensationskräfte und sind nicht actio und reactio im Sinne des 3. Axioms. Actio und reactio wirken immer zwischen verschiedenen Körpern. Beispiele:

- Kraft auf eine Feder und deren Rückstellkraft
- Kraft auf freibewegliche Körper und dessen Trägheitskraft (Widerstand gegen die Beschleunigung der Masse)
- Anziehende bzw. abstoßende Kräfte zwischen zwei Körpern.

  Eine elementare Kraftursache ist die Gravitation (Massenanziehung). Zwei Körper der Massen m_1 und m_2, deren Schwerpunkte voneinader den Abstand r haben, ziehen sich gegenseitig mit der Kraft $\vec{F}$ an. Dabei gilt (Newtonsches Gravitationsgesetz):

$$|\vec{F}| = F = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

  ($f = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$ ist die Gravitationskonstante.)

2.2.3 Kräfte und Bewegungen

Ein Körper ändert seinen Bewegungszustand nur, wenn eine beschleunigende Kraft $\vec{F}$ (actio) auf ihn wirkt (Trägheitsprinzip). Diese Kraft muss die Massenträgheit (reactio) des Körpers überwinden, die der Änderung des Bewegungszustandes, d. h. der Beschleunigung $\vec{a}$ entgegenwirkt. Es gilt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Erdanziehung: Wirkt zwischen einem Körper und der Erde nur die Gravitation, so spricht man vom freien Fall. Dabei ziehen sich Körper (m_K) und Erde (m_E) entsprechend dem Gravitationsgesetz mit der Kraft $\vec{F}$ an. Mit dem Erdradius r_E als Abstand gilt

$$F = \frac{f \cdot m_\mathrm{E}}{r_\mathrm{E}^2} \cdot m_\mathrm{K} = g \cdot m_\mathrm{K}$$
$$g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{(Normwert)}$$

Die Größe g ist (am selben Ort der Erde) für alle Körper gleich und heißt Erdbeschleunigung. Die Kraft, mit der ein Körper von der Erde angezogen wird, nennt man sein Gewicht $\vec{G}$. Damit ergibt sich als Sonderfall von $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ die Gewichtskraft

$$G = m \cdot g$$

Zentrifuge: Ein Körper der Masse m, der sich gleichförmig auf einer Kreisbahn bewegt, erfährt eine Radialbeschleunigung a_r, die im mitrotierenden Bezugssystem zum Drehzentrum hin gerichtet ist (Zentripetalbeschleunigung, vgl. auch I 2.1.6). Auf den Körper wirkt demnach eine ebenfalls vom Drehzentrum weg gerichtete Zentrifugalkraft

$$F_\mathrm{z} = m \cdot a_\mathrm{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

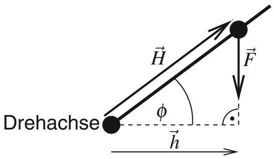
(r: Bahnradius, ω: Kreisfrequenz) Zentrifugal- und Zentripetalkraft sind actio und reactio im Sinne des Reaktionsprinzips.

Vorrichtungen, in denen mit Hilfe einer Kreisbewegung hohe Beschleunigungswerte erreicht werden können, heißen Zentrifugen.

Anwendungen: Simulation großer „Schwerkräfte“, Beschleunigung von Sedimentationsvorgängen.

2.2.4 Drehmoment und Hebelgesetz

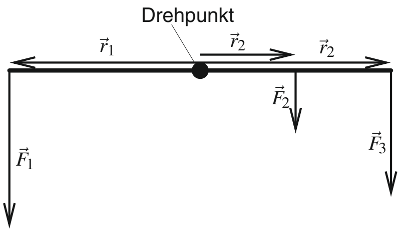
Greifen an einen um eine Achse drehbar gelagerten Körper Kräfte an, so erweist sich der Begriff des Drehmoments als hilfreich. Es ist definiert als das Vektorprodukt aus der angreifenden Kraft $\vec{F}$ und dem Hebel $\vec{H}$, an dem es angreift. Der Hebel ist hierbei die Senkrechte von dem Punkt, in dem die Kraft angreift, auf die Drehachse, mit negativem Vorzeichen.

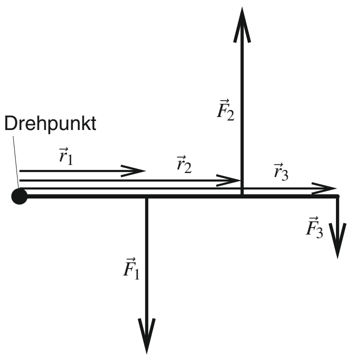


Hier ist $\vec{h}$ die Komponente von $\vec{H}$, die senkrecht auf der angreifenden Kraft steht. Der Betrag des angreifenden Drehmomentes $\vec{M}$ ergibt sich dann als das Produkt der Beträge von $\vec{h}$ und $\vec{F}$:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{H} \times \vec{F} \\ M &= h \cdot F \\ &= H \cdot F \cdot \sin\phi \end{aligned}$$

Die Summe aller Drehmomente bezüglich eines Punktes ergibt das resultierende Drehmoment (Vektoraddition, vgl. I 2.2.1). Ein System (z. B. Balkenwaage) befindet sich im Momentengleichgewicht, wenn das resultierende Moment verschwindet ($M_{\text{res}} = 0$).





Die Gleichgewichtsbedingung ist in beiden Beispielen dieselbe:

$$\begin{aligned} & r_1 \cdot F_1 - r_2 \cdot F_2 - r_3 \cdot F_3 = 0 \\ \text{oder:} \quad & r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2 + r_3 \cdot F_3 \\ \text{oder:} \quad & M_1 = M_2 + M_3 \end{aligned}$$

Dies ist das Hebelgesetz. Achtung: in Vektorschreibweise (Kreuzprodukt) gilt das Kommutativgesetz nicht. Es ist vielmehr $\vec{r} \times \vec{F} = -\vec{F} \times \vec{r}$.

2.2.5 Reibungskräfte

Bewegt sich ein Körper gegenüber einem anderen, ihn berührenden Körper (Medium), so erfährt er eine Reibungskraft, die seiner Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird diese Reibungskraft nicht von anderen Kräften kompensiert (überwunden), so kommt die Relativbewegung des Körpers schließlich zum Erliegen.

- In Fluiden (Flüssigkeiten oder Gase): Ein Körper, der sich mit der Relativgeschwindigkeit v – bei laminarer (wirbelfreier) Umströmung – in einem Fluid der Viskosität η bewegt, erfährt eine geschwindigkeitsproportionale Reibungskraft F_{R}. Für eine Kugel mit Radius r gilt nach Stokes

$$F_{\text{R}} = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v \cdot \eta$$

- Zwischen festen Körpern treten Reibungskräfte auf, die von der Normalkraft $\vec{N}$ abhängen, d. h. von der Kraft, mit der die Körper senkrecht gegeneinander drücken. Proportionalitätsfaktor ist der Reibungskoeffizient f. Allgemein gilt

$$F_{\text{R}} = f \cdot N$$

Man unterscheidet

Haftreibung: Der Haftreibungskoeffizient f_{H} ist von Material und Rauhigkeit der aneinander haftenden Oberflächen abhängig.

Gleitreibung: Der Gleitreibungskoeffizient f_{G} ist ebenfalls von Material und Oberflächenbeschaffenheit der aufeinander gleitenden Körper abhängig. Die Gleitgeschwindigkeit hat keinen wesentlichen Einfluss auf f_{G}.

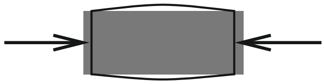
Rollreibung: Sie beruht auf der Verformung von rollendem Körper und Untergrund. Der Rollreibungskoeffizient f_{R} ist von Material und Rauhigkeit der beteiligten Oberflächen und, vor allem bei „weichen“ Oberflächen, von der Rollgeschwindigkeit abhängig.

Für das Verhältnis der drei Reibungskoeffizienten gilt bei gleichen Materialpaarungen: $f_{\text{H}} > f_{\text{G}} > f_{\text{R}}$

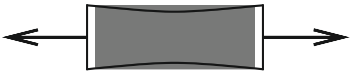
2.2.6 Verformungen

Kräfte und Momente können neben einer Änderung des Bewegungszustands auch Verformungen an Körpern bewirken. Je nach Angriffsort und -richtung der Kräfte (Momente) kommt es zu einer

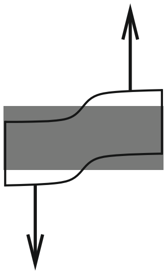
Stauchung (Druck)



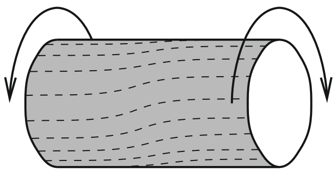
Dehnung (Zug)



Scherung (Schub)



Torsion (Drehung)



oder Kombination davon. Bezieht man die Druck-, Zug- oder Scherkräfte auf die Querschnittsflächen, in denen sie wirken, so erhält man entsprechende Druck-, Zug- oder Schubspannungen. Allgemein gilt:

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{F}{A} \quad \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Je nach Richtung der Kraft verwendet man verschiedene Kürzel, z. B. Druck (-spannung) $p = F/A$ oder Zug (-spannung) $\sigma = F/A$.

Elastische Verformung: Der Körper nimmt nach Verschwinden der Kräfte (Momente) seine ursprüngliche Form wieder an.

Plastische Verformung: Der Körper nimmt auch nach Verschwinden der Kräfte (Momente) seine ursprüngliche Form nicht wieder an, sondern behält eine plastische Restverformung.

Steigert man die in einem Körper wirkende Spannung, so verformt er sich zunächst elastisch, wobei die relative Verformung ε der Spannung proportional ist (Hookesches Gesetz). Ab einer bestimmten Grenzspannung, der sogenannten Fließgrenze, ist eine vollständige elastische Rückverformung nicht mehr möglich, es bleibt eine plastische Verformung.

Kennzeichnend für das elastische Verhalten eines Stoffes unter Druck- oder Zugspannung ($\varepsilon = \Delta l/l$) ist sein Elastizitätsmodul E.

Hookesches Gesetz:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{A} \cdot \frac{l_0}{\Delta l}$$

Daraus ergibt sich für die Kraft, die nötig ist, einen Körper um Δl zu verformen

$$F = \frac{E \cdot A}{l_0} \cdot \Delta l$$

$$\text{oder:} \qquad F = D \cdot \Delta l$$

Diese Form des Hookeschen Gesetzes wird u. a. bei der Kraftmessung benutzt (z. B. mit Hilfe der Längenänderung einer Schraubenfeder). Die Federkenngröße D wird meist aus dem Verhältnis der Kraft zur bewirkten Längenänderung bestimmt.

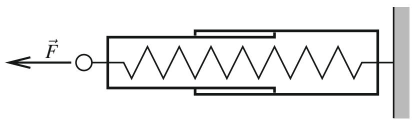
$$D = \frac{F}{\Delta l}$$

Beispiel: Eine Schraubenfeder wird durch eine Kraft von 10 N um 2 cm gedehnt. Dann ist

$$D = \frac{F}{\Delta l} = \frac{10\ \mathrm{N}}{2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}} = 500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Die Feder kann nun zur Kraftmessung eingesetzt werden. Dabei gilt

$$F = \Delta l \cdot 500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$



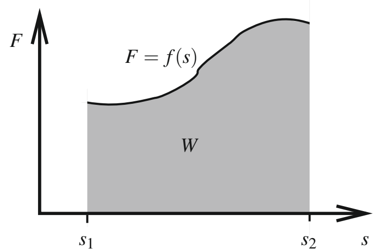
2.3 Energie, Leistung und Impuls

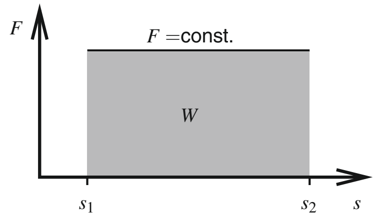
2.3.1 Arbeit

Die mechanische Arbeit W setzt sich zusammen aus der angewandten Kraft (-komponente in Wegrichtung) F und dem zurückgelegten Weg s. Allgemein gilt:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F\,ds \quad [1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{J} \quad (\text{Joule})]$$

Geometrische Deutung: Die Arbeit W entspricht der Fläche unter der Kurve im F-s-Diagramm.





Besonders einfach sind die Verhältnisse, wenn sich die Kraft F über den gesamten Weg Δs nicht ändert.

Für $F = \text{const.}$ gilt

$$W = F \cdot \Delta s$$

Bilden Kraft- und Wegrichtung einen Winkel α, so muss die Vektoreigenschaft dieser Größen berücksichtigt werden. Die Arbeit ergibt sich dann aus dem Skalarprodukt $\vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$ (vgl. II 1.5). Allgemein gilt:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{s_1}^{s_2} F \cdot \cos\alpha \cdot ds = \int_{s_1}^{s_2} F_{\|} \cdot ds$$

für F = const. gilt:

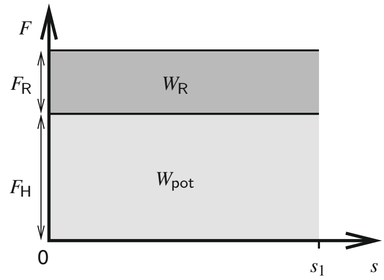
$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} = F \cdot \Delta s \cdot \cos\alpha = F_{\|} \cdot \Delta s$$

Beispiele:

1. Arbeit, die nötig ist, um einen Körper der Masse m um den Höhenunterschied Δh zu heben. ($F = G = m \cdot g = \text{const.}$, $\Delta s = \Delta h$) Die Hubarbeit ist also:

$$W = F \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot \Delta h$$

2. Arbeit, die nötig ist, um einen Körper der Masse m längs einer schiefen Ebene um den Höhenunterschied Δh zu heben:



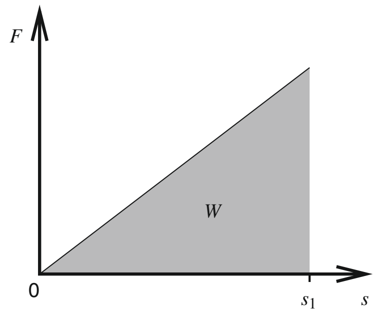
reibungsfrei:

$$\begin{aligned} F &= H = G \cdot \sin\alpha \\ \Delta s &= \frac{\Delta h}{\sin\alpha} \\ \Rightarrow W &= H \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \frac{\Delta h}{\sin\alpha} \\ &= m \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

mit Berücksichtigung der Reibung:

$$\begin{aligned} W &= H \cdot \Delta s + F_{\mathrm{R}} \cdot \Delta s \\ F_{\mathrm{R}} &= f \cdot N = f \cdot G \cdot \cos\alpha \\ \Rightarrow W &= m \cdot g \cdot \Delta h + f \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \Delta s \cdot m \end{aligned}$$

3. Arbeit, die nötig ist, um einen Körper (z. B. Feder) elastisch zu verformen (vgl. Hookesches Gesetz).



Die nötige Kraft F ist proportional zum Weg der Verformung (vgl. I 2.2.6):

$$\begin{aligned} \Delta F &= D \cdot \Delta s \\ W &= \int_0^{s_1} F\,ds \\ &= \int_0^{s_1} D \cdot s\,ds \\ &= \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_1^2 \end{aligned}$$

2.3.2 Energie, Arbeit, Wärmemenge

Während eines Hubvorgangs von s_1 nach s_2 um Δh wird einem Körper der Masse m die Arbeit $W = m \cdot g \cdot \Delta h$ zugeführt. Lässt man den Körper wieder in seine Ausgangslage zurückkehren, so gibt er unterwegs die gleiche Arbeit wieder ab. Er hatte also in s_2 gegenüber s_1 ein Arbeitsvermögen gespeichert, das genau dem Aufwand entspricht, der nötig war, um ihn in diese Lage zu bringen. Dieses gespeicherte Arbeitsvermögen nennt man Energie. Man sagt, der Körper besitzt in s_2 gegenüber s_1 die potentielle Energie $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$.

Fällt der Körper nun im freien Fall zurück in die Ausgangslage, so ist seine potentielle Energie im Moment des Aufschlags ($h = 0$) verschwunden. In diesem Augenblick hat der Körper durch seinen Fall im Schwerefeld der Erde eine (End-) Geschwindigkeit v erreicht. Seine Arbeitsfähigkeit bzw. Energie findet nun ihren Ausdruck in seiner Geschwindigkeit. Man sagt, er hat jetzt die Bewegungs- bzw. kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

Beim Aufprall wird der Körper schlagartig abgebremst und verliert damit auch seine kinetische Energie. Sie wird durch den Aufprall letztendlich vollständig in Wärme umgewandelt. Ein Teil der kinetischen Energie wird bei allen realen mechanischen Vorgängen in Reibungswärme umgewandelt. Sogenannte verlustfreie Vorgänge sind stets idealisiert.

Energie, Arbeit (bzw. Arbeitsvermögen) und Wärme(menge) sind verschiedene Bezeichnungen für die gleiche physikalische Größe.

Energieerhaltungssatz: Energie kann weder aus dem Nichts entstehen noch vernichtet werden. Möglich sind lediglich Umwandlungen zwischen ihren Erscheinungsformen. In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtenergie konstant (Energiebilanz).

Einige Erscheinungsformen der Energie

Mechanische Arbeit:

$$W_{\text{mech}} = \int_{s_1}^{s_2} F \cdot ds$$

Potentielle Energie:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Kinetische Energie (Translation):

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Deformationsenergie (elastisch):

$$E_{\text{def}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

Energie des magnetischen Feldes einer Spule:

$$E_{\text{magn}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Energie des elektrischen Feldes eines Kondensators:

$$E_{\text{el}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Änderung der Wärmeenergie:

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Besonders deutlich wird das Energieerhaltungsprinzip bei der Beobachtung von Schwingungen. Hier gehen zwei oder mehr Energieformen periodisch ineinander über. Dazu drei Beispiele:

Federpendel:

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = E_{\text{ges}} = \text{const.}$$

Fadenpendel:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = E_{\text{ges}} = \text{const.}$$

Elektrischer Schwingkreis:

$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = E_{\text{ges}} = \text{const.}$$

2.3.3 Leistung

Unter der mittleren Leistung P versteht man die pro Zeiteinheit Δt umgesetzte Energie ΔE. Allgemein gilt:

$$P = \frac{dE}{dt} \quad \left[1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{W}\ (\text{Watt})\right]$$

$$E = \int_{t_1}^{t_2} P\,dt \quad [1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{s}]$$

Für zeitlich konstante Leistung ergibt sich:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$E = P \cdot \Delta t$$

2.3.4 Impuls/Drehimpuls

Unter dem Impuls $\vec{p}$ eines Körpers versteht man das Produkt aus seiner Masse m und seiner Geschwindigkeit $\vec{v}$. Der Impuls ist eine vektorielle Größe. Die Richtung dieses Vektors stimmt mit der Richtung des Vektors der entsprechenden Geschwindigkeit überein.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad \left[\mathsf{kg} \cdot \frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}\right]$$

bzw.

$$p = m \cdot v$$

Der Drehimpuls ist analog definiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω und dem Trägheitsmoment θ als

$$\vec{L} = \theta \cdot \vec{\omega}$$

wobei das Trägheitsmoment eines Massepunktes bezüglich einer Drehachse θ gegeben ist als Produkt aus seiner Masse und seines Abstandes zu dieser Drehachse

$$\theta = m \cdot l$$

Der Drehimpuls ist ein Vektor, dessen Richtung durch die Drehachse gegeben ist. Verläuft die Drehbewegung in der Rotationsebene im Uhrzeigersinn, so zeigt der Drehimpuls in die Rotationsebene hinein, verläuft die Drehbewegung in der Rotationsebene gegen den Uhrzeigersinn, so zeigt der Drehimpuls aus der Rotationsebene heraus.

Die Kräfte, die bei einer Änderung des Impulses auftreten, erhält man über die zeitliche Ableitung des Impulses:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Die Impulsänderung Δp in einem Zeitintervall $(t_0,\ t_1)$ kann demnach auch als Zeitintegral der Kraft (Kraftstoß) dargestellt werden:

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\,dt$$

Analog sind die Drehmomente, die bei der Änderung des Drehimpulses auftreten gegeben durch

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

und die Drehimpulsänderung in einem Zeitintervall kann auch als Zeitintegral des Drehmoments dargestellt werden:

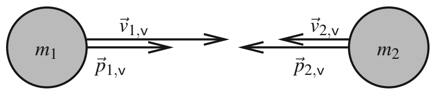
$$\Delta\vec{L} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{M}\,dt$$

Impulserhaltungssatz: In einem abgeschlossenen System ist der Gesamtimpuls (Summe aller Impulse) zeitlich konstant. Abgeschlossen bedeutet hier, dass kein Impuls (in Form bewegter Masse) das System verlässt und dass zu jeder Kraft, die im System wirkt, auch die Gegenkraft (reactio) entsprechend des 3. Newtonschen Axioms innerhalb des Systems wirkt.

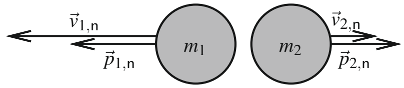
Beispiel: Zentraler Zusammenstoß zweier Kugeln der Masse m_1 und m_2. Die Geschwindigkeiten der Kugeln seien vor dem Stroß $v_{1,\mathrm{v}}$ und $v_{2,\mathrm{v}}$, nach dem Stoß $v_{1,\mathrm{n}}$ und $v_{2,\mathrm{n}}$. Der Impulserhaltungssatz liefert:

$$\vec{p}_{\mathrm{ges,v}} = \vec{p}_{\mathrm{ges,n}}$$
$$\vec{p}_{1,\mathrm{v}} + \vec{p}_{2,\mathrm{v}} = \vec{p}_{1,\mathrm{n}} + \vec{p}_{2,\mathrm{n}}$$
$$m_1\,\vec{v}_{1,\mathrm{v}} + m_2\,\vec{v}_{2,\mathrm{v}} = m_1\,\vec{v}_{1,\mathrm{n}} + m_2\,\vec{v}_{2,\mathrm{n}}$$

Vor dem Stoß:



Nach dem Stoß (elastisch):

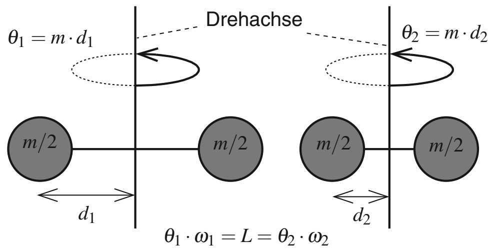


Vollkommen elastischer Stoß: Die kinetische Energie des Systems bleibt erhalten, keine Umwandlung in andere Energieformen.

Vollkommen unelastischer (plastischer) Stoß: Die vorher separaten Körper bilden nach dem Stoß eine Einheit (z. B. Knetmasse). Ein Teil der ursprünglichen kinetischen Gesamtenergie wird beim plastischen Stoß in andere Energieformen (z. B. Wärme) umgewandelt.

Drehimpulserhaltungssatz: Ebenso wie für den Impuls, so gilt in einem abgeschlossenen System auch ein Erhaltungssatz für den Drehimpuls.

Beispiel: Wird bei einem rotierenden Kreisel das Trägheitsmoment θ verkleinert ($\theta_1 \rightarrow \theta_2$), so erhöht sich seine Winkelgeschwindigkeit ω so ($\omega_1 \rightarrow \omega_2$), dass das Produkt $\omega \cdot \theta$, also der Drehimpuls L, konstant bleibt.



Im Vergleich gelten für lineare und rotierende Bewegungen folgende Entsprechungen:

Lineare Bewegung	**Rotationsbewegung**
Geschwindigkeit v	Winkelgeschwindigkeit ω
Masse m	Trägheitsmoment θ
Beschleunigung $\dot{v}$	Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$
Kinetische Energie $\frac{m \cdot v^2}{2}$	Kinetische Energie $\frac{\theta \omega^2}{2}$
Impuls $\vec{p} = m\vec{v}$	Drehimpuls $\vec{L} = \theta \vec{\omega}$

2.4 Mechanik ruhender Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.4.1 Schweredruck, Stempeldruck

Unter dem Schweredruck versteht man die Gewichtskraft einer „Fluidsäule" bezogen auf ihre Grundfläche.

Beispiel: Eine Wassersäule mit der Grundfläche $A = 1\,\mathrm{m}^2$ und der Höhe $h = 1\,\mathrm{m}$ hat eine Masse von $1\,000\,\mathrm{kg}$ (Volumen $1\,\mathrm{m}^3 = 1\,000\,\mathrm{l}$, Dichte des Wassers $\rho \approx 1\,\mathrm{kg}/\mathrm{l}$). Daher ist die Gewichtskraft des Wassers

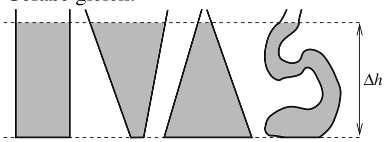
$$G = m \cdot g \approx 1\,000\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 10^4\,\mathrm{N}$$

Die Säule erzeugt auf ihrer Grundfläche einen Schweredruck von

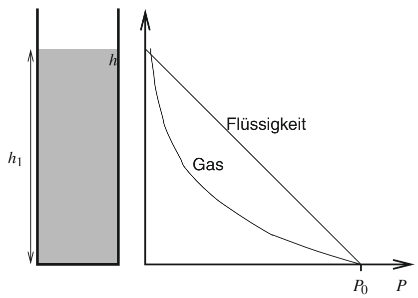
$$P = \frac{G}{A} \approx 10^4\,\frac{\mathrm{N}}{1\,\mathrm{m}^2} = 10^4\,\mathrm{Pa}$$

($1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\,\mathrm{Pa}$ „Pascal")

Der Schweredruck hängt (bei konstantem g) nur von der Dichte ρ des Fluids und der Höhe der Fluidsäule über der Messstelle ab, nicht von der Form eines Behälters. Bei gleichartigem Inhalt ist der Schweredruck am Boden der vier Gefäße gleich:



Der Schweredruck inkompressibler Fluide (Flüssigkeiten) wächst proportional mit der Höhe der Fluidsäule bzw. mit der Tiefe unter der Oberfläche bei h_1 (vgl. Diagramm).



$$p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h)$$

Der Schweredruck kompressibler Fluide (Gase) hat einen exponentiellen Verlauf.

Beispiel: Luftdruck $p = p_0 \cdot e^{-c \cdot h}$ (barometrische Höhenformel)

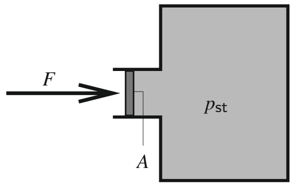
p_0**:** Druck in Bezugsebene (z. B. in Meereshöhe: $h = 0$)

c**:** Konstante, $c = g\frac{\rho_0}{p_0}$

ρ_0**:** Dichte in Bezugsebene

Unter dem **Stempeldruck** versteht man den Druck, der in einem abgeschlossenen Fluidvolumen entsteht, wenn an einer beliebigen Stelle ein (das Fluidvolumen abschließender) Kolben der Querschnittsfläche A mit der Kraft F auf das Fluid gedrückt wird. Es gilt für den Stempeldruck

$$p_{\mathrm{st}} = \frac{F}{A}$$



Bei ruhenden Flüssigkeiten werden Schweredruck und Stempeldruck auch unter dem Begriff **hydrostatischer Druck** zusammengefasst.

Bei der Mischung verschiedener Gase in einem gegebenen Volumen V ist der Gesamtdruck des Gasgemischs gleich der Summe der einzelnen Drücke (**Partialdrücke**), die die jeweiligen Gasmengen im Volumen V ausüben würden (Daltonsches Gesetz):

$$p_{\mathrm{ges}} = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$$

2.4.2 Druckmessung, Druckmessgeräte

Bei der Druckmessung handelt es sich grundsätzlich um die Messung einer Druckdifferenz zu einem vorgegebenen Referenzdruck p_{r}. Der Vergleich mit dem Referenzdruck erfolgt entweder direkt (während der Messung) oder durch ein vorheriges Justieren des Messgeräts auf den Referenzdruck (z. B. Umgebungsdruck, Atmosphärendruck).

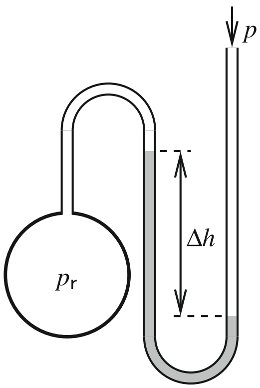
Beispiele:

1. U-Rohr-Flüssigkeitsmanometer

   Ist der Druck über den beiden Schenkeln einer Flüssigkeit im U- Rohr nicht gleich, so bildet sich zwischen den beiden Pegeln eine Höhendifferenz Δh aus.

Im Gleichgewicht ist der Druck der Flüssigkeitssäule $\Delta h \cdot \rho \cdot g$ gleich dem Überdruck Δp, der auf die tieferstehende Flüssigkeitsoberfläche wirkt.

$$p - p_\mathrm{r} = \Delta p = \Delta h \cdot \rho \cdot g$$

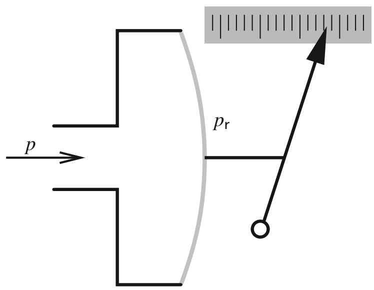


Als Flüssigkeit wird häufig Wasser oder Quecksilber verwendet.

$$1\ \mathsf{mm}\ H_2O\text{-Säule} = 9{,}81\ \mathsf{Pa}$$
$$1\ \mathsf{mm}\ Hg\text{-Säule} = 1\ \mathsf{Torr} = 133{,}3\ \mathsf{Pa}$$

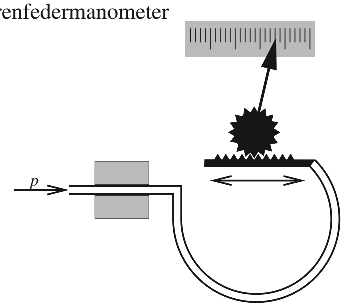
Das Quecksilber-Barometer ist eine Sonderform des U-Rohr-Manometers, bei dem ein Schenkel so verschlossen ist, dass über der entsprechenden Quecksilbersäule nur noch der vernachlässigbare Dampfdruck des Quecksilbers herrscht (ca. 10^{-3} Torr bei Raumtemperatur). Dadurch ergibt sich aus der Höhendifferenz der beiden Quecksilberpegel praktisch direkt der absolute Druck p.

2. Membranfedermanometer



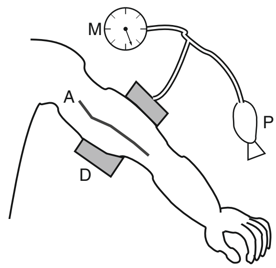
Auf eine elastische Membran wirkt einerseits der zu messende Druck p, andererseits ein Referenzdruck, meist der Umgebungsdruck p_u. Ein mit der Membran verbundenes Anzeigesystem zeigt die Druckdifferenz Δp.

3. Röhrenfedermanometer



Der zu messende Druck wirkt von innen auf die Wandung eines gebogenen Rohrs. Da die Außenkrümmung dem Druck eine größere Angriffsfläche bietet als die Innenkrümmung, erzeugt der Druck eine resultierende Kraft, die ein Aufbiegen des Rohrbogens bewirkt.

4. Blutdruckmessung (nach Riva-Rocci)



M: Manometer

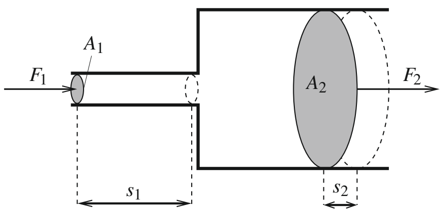
A: Arterie

P: Handpumpe

D: Druckkammer (Manschette)

Mit Hilfe einer aufblasbaren Manschette wird die Arterie so gegen den Oberarmknochen gepresst, dass die Blutzirkulation im Arm unterbunden ist. Dies wird durch Abhören des Pulses in der Ellenbeuge kontrolliert. Wenn beim Absenken des Drucks in der Manschette die Strömung wieder einsetzt und der Puls wieder hörbar wird, kann der Blutdruck am Manometer abgelesen werden.

2.4.3 Hydraulische Anordnungen (hydraulische Presse)



Mit Hilfe einer hydraulischen Presse können sehr große Kraftübersetzungen erreicht werden. Der Kolben mit der Querschnittsfläche A_1 erzeugt unter der Kraft F_1 in der hydraulischen Flüssigkeit einen Druck p. Dieser Druck wirkt auch auf den Kolben mit der Querschnittsfläche A_2. Im Gleichgewichtszustand müssen sich die Kräfte an den beiden Kolben wie deren Querschnittsflächen verhalten. Es gilt:

$$\frac{F_1}{A_1} = p = \frac{F_2}{A_2}$$

Wird Kolben 1 um s_1 verschoben, so verdrängt er ein Flüssigkeitsvolumen V. Dieses Volumen muss von Kolben 2 freigegeben werden. Die von den Kolben zurückgelegten Wege verhalten sich umgekehrt wie ihre Querschnittsflächen und die wirkenden Kräfte.

$$A_1 \cdot s_1 = V = A_2 \cdot s_2$$
$$F_1 \cdot s_1 = W = F_2 \cdot s_2$$

(Vgl. Energieerhaltungssatz)

An beiden Kolben wird grundsätzlich die gleiche Energie (Arbeit W) umgesetzt. Dasselbe gilt für die Leistung W/t.

2.4.4 Auftrieb

Unter dem Auftrieb, den ein Körper in einem Medium erfährt, versteht man das Gewicht des verdrängten Mediums mit umgekehrtem Vorzeichen. Ein Körper mit dem Volumen V_K, der vollständig von einem Medium der Dichte ρ_M eingeschlossen ist, erfährt in diesem Medium den Auftrieb:

$$\vec{A} = -\vec{G}_M = -\rho_M \cdot V_K \cdot \vec{g}$$

Da der Auftrieb der Gewichtskraft des Körpers entgegengesetzt ist, verursacht er einen „Gewichtsverlust“ des Körpers, der gleich dem Gewicht des verdrängten Mediums ist (archimedisches Prinzip). Das gilt grundsätzlich für jede Körper-Medium-Kombination. Besondere Beachtung findet der Auftrieb aber meist nur, wenn das verdrängte Medium ein Fluid ist, in dem sich der Körper relativ frei bewegen kann. Dabei macht man folgende Beobachtungen:

$A > G_K, \rho_K < \rho_{Fl}$**:** Körper steigt im Fluid, z. B. Heißluftballon in der Atmosphäre;

$A = G_K, \rho_K < \rho_{Fl}$**:** Körper schwimmt auf dem Fluid, z. B. Schiff auf dem Wasser;

$A = G_K, \rho_K = \rho_{Fl}$**:** Körper schwebt im Fluid, z. B. U-Boot;

$A < G_K, \rho_K > \rho_{Fl}$**:** Körper sinkt (fällt) im Fluid z. B. Stein im Wasser bzw. in der Atmosphäre.

Erklärung des Auftriebs in Fluiden: Infolge der Höhendifferenz zwischen Ober- und Unterseite des eingetauchten Körpers wirkt auf die Unterseite ein größerer Schweredruck als auf die Oberseite. Durch diese Druckdifferenz erfährt der Körper eine Kraft nach oben (Auftrieb).

2.4.5 Dichte, Dichtebestimmung

Dichte ist Masse pro Volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Dichtebestimmung bei Feststoffen:

1. Gewichtsdifferenzmethode

   Sind Masse und Volumen eines Körpers nicht bekannt, so kann seine Dichte dennoch sehr genau mit Hilfe zweier Wägungen bestimmt werden. Man bestimmt das Gewicht des Körpers zunächst in Luft, dann in einer Flüssigkeit bekannter Dichte (Wasser). Der Auftrieb A ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Körpergewicht G und dem Ergebnis der Wägung in der Flüssigkeit. Die Dichte des Körpers ist dann

   $$\rho_K = \frac{G}{A} \cdot \rho_{Fl}$$

2. Schwebemethode

   Der zu untersuchende Festkörper wird in verschiedene Vergleichsflüssigkeiten bekannter Dichte getaucht. Schwebt er in einer Flüssigkeit, so sind die beiden Dichten gleich. Möglich ist auch eine kontrollierte Dichteveränderung der Vergleichsflüssigkeit durch Zumischen anderer Flüssigkeiten, bis der Körper schwebt.

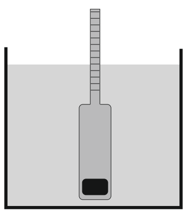
Dichtebestimmung von Flüssigkeiten:

1. Pyknometer

   Ein Behälter mit genau definiertem Volumen V wird mit und ohne die zu untersuchende Flüssigkeit gewogen. Aus der Gewichtsdifferenz ΔG erhält man die Flüssigkeitsmasse m_F und daraus die Dichte

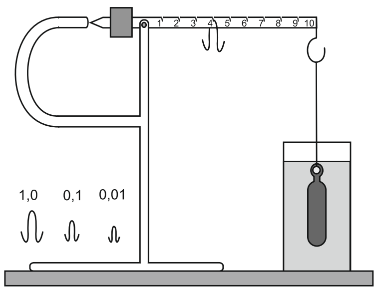
   $$\rho_F = \frac{m_F}{V}$$

2. Aräometer



Ein schlanker Schwimmkörper (Glasrohr), bei dem ein Gewicht am unteren Ende für eine aufrechte Schwimmlage sorgt, ist am oberen Ende mit einer Dichteskala versehen. Je geringer die Dichte der zu untersuchenden Flüssigkeit ist, um so mehr muss das Aräometer verdrängen, um der Schwimmbedingung zu genügen, d. h. bei kleineren Dichten sinkt das Aräometer tiefer ein als bei großen Dichten.

3. Mohrsche Waage



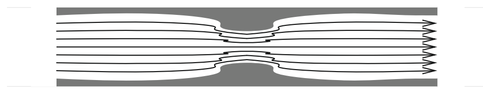
Ein Gewicht auf der einen und ein genau definierter Tauchkörper auf der anderen Seite eines Waagebalkens halten die Waage im (Momenten-) Gleichgewicht. Beim Eintauchen in eine Flüssigkeit erfährt der Tauchkörper eine der Flüssigkeitsdichte proportionale Auftriebskraft. Das gestörte Gleichgewicht des Waagebalkens wird nun durch Anbringen von Reitern mit definiertem Gewicht auf der entlasteten, skalierten Seite des Balkens wieder hergestellt. Aus dem Gewicht der benötigten Reiter und dem Ort ihrer Anbringung (Skala) kann der Auftrieb bzw. die Dichte der Flüssigkeit direkt abgelesen werden.

2.5 Bewegte Flüssigkeiten und Gase (Strömung in Fluiden)

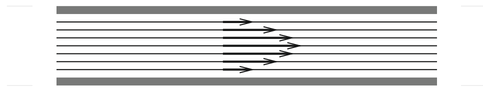
Die Strömung von Fluiden kann bildlich durch Stromlinien (Bahnen einzelner Fluidteilchen) dargestellt werden. Je enger diese Stromlinien beieinander liegen, um so größer ist die Strömungsgeschwindigkeit der Teilchen. Wird das Strömungsverhalten des Fluids überwiegend durch die innere Reibung zwischen den Fluidteilchen bestimmt, so spricht man von einer laminaren (wirbelfreien) Strömung. Verläuft die Strömung entlang der Oberfläche eines Festkörpers, so kommt es durch äußere Reibungskräfte zur Ausbildung einer Grenzschicht mit Wirbelbildung. Solche Wirbel treten auch auf, wenn im Fluid Trägheitskräfte die Kräfte der inneren Reibung überwiegen. Man spricht dann von turbulenter Strömung. Die Theorie der Turbulenz gehört zu den schwierigsten Gebieten der Physik. In den folgenden Abschnitten werden idealisierte Verhältnisse vorausgesetzt:

- inkompressible Fluide
- laminare Strömung
- Grenzschichteffekte seien vernachlässigbar

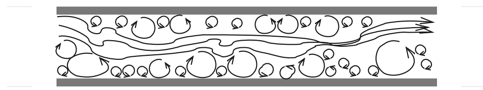
Stromlinien einer laminaren Strömung



Stromlinien einer laminaren Strömung mit Geschwindigkeitsprofil über dem Rohrquerschnitt



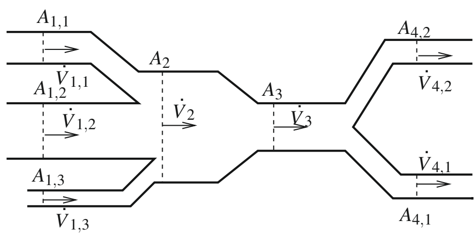
Stromlinien einer nichtlaminaren Strömung mit Geschwindigkeitsprofil über dem Rohrquerschnitt



2.5.1 Kontinuitätsbedingung

In einem Strömungskanal mit veränderlichem Querschnitt (ohne Zu- bzw. Abläufe) fließt bei stationärer Strömung durch jede Querschnittsfläche A pro Zeiteinheit dieselbe Fluidmenge (Volumen). Je kleiner also der Strömungsquerschnitt ist, um so größer muss die Strömungsgeschwindigkeit sein (vgl. Stromlinienbild). Bezieht man Zuflüsse und Abläufe ein, so ist die allgemeine Kontinuitätsbedingung für ein abgeschlossenes System leicht ersichtlich: Die Mengen der zufließenden und abfließenden Volumenströme müssen gleich sein. Volumenstrom ist durchgeflossenes Volumen pro Zeit.

$$\frac{dV}{dt} = \dot{V} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = A \cdot v$$



Die Kontinuitätsgleichung lautet hier:

$$\sum \dot{V}_{1,i} = \dot{V}_2 = \dot{V}_3 = \sum \dot{V}_{4,i}$$

oder

$$\sum A_{1,i} \cdot v_{1,i} = A_2 v_2 = A_3 \cdot v_3 = \sum A_{4,i} v_{4,i}$$