

Dietmar Mende
Günter Simon

PHYSIK

Gleichungen
und Tabellen

$$\Phi = \lambda \frac{2\pi l \Delta T}{\ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right)}$$

The background image features a blue-tinted collage of physics-related content. It includes the equation $\Phi = \lambda \frac{2\pi l \Delta T}{\ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right)}$ in the upper left. Below it, a table lists material properties with columns for 'Stoff', 'Gestalt', 'Dichte ρ ($10^{-2} \text{ kg m}^{-3}$ bei 20°C)', and 'Schmelzwärme ρ ($10^{-2} \text{ kg m}^{-3}$ bei 20°C)'. The table contains entries for various materials like Gesteine, Porzellan, Hartstein, Kalk, gebrannt, Eisen, and Beton. Overlaid on the table is the equation $\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nR$. At the bottom, the text '17., aktualisierte Auflage' is visible.



HANSER

1 Grundbegriffe der Metrologie	M
2 Mechanik fester Körper	FK
3 Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	FG
4 Thermodynamik	T
5 Elektrik	E
6 Schwingungen	S
7 Wellen	W
8 Spezielle Relativitätstheorie	R
9 Quantentheorie und Atombau	Q
10 Physikalische Konstanten	K
11 Grundlagen der Vektorrechnung	V
12 Grundlagen der Fehlerrechnung	F
13 Umrechnung von Einheiten	UE

Mende/Simon
PHYSIK
Gleichungen und Tabellen

PHYSIK

Gleichungen und Tabellen

Von Dipl.-Phys. Dietmar Mende (†), Riesa
und Dipl.-Phys. Günter Simon, Apolda

17., aktualisierte Auflage
Mit 297 Bildern



FACHBUCHVERLAG LEIPZIG
im Carl Hanser Verlag



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-446-44969-5

E-Book-ISBN 978-3-446-44970-1

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag

© 2016 Carl Hanser Verlag München

www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Philipp Thorwirth

Herstellung: Katrin Wulst

Satz: Werksatz Schmidt & Schulz GmbH, Gräfenhainichen

Zeichnungen: Peter Palm, Berlin

Druck und Bindung: Friedrich Pustet, Regensburg

Printed in Germany

Vorwort

Die Zusammenstellung der wichtigsten Gleichungen, Größen, Zahlenwerte und Konstanten aus dem Gesamtbereich der Physik auf möglichst knappem Raum, dabei übersichtlich, einprägsam und rasch auffindbar, wo möglich in Tabellenform – das ist das Anliegen dieses Buches. Dem Benutzer soll ein Hilfsmittel für theoretische und praktische Arbeiten auf dem Gebiet der Physik, ein „Speicher“ für gelerntes Wissen zur Verfügung gestellt werden.

„PHYSIK – Gleichungen und Tabellen“ ist kein Lehrbuch, es baut auf vorhandenen Kenntnissen auf. Unterschiedlichen Niveaustufen wird durch entsprechende Gliederung des Stoffes Rechnung getragen; dem Einarbeiten in die Methodik des Buches dienen die Benutzungshinweise. In seiner Anlage wendet sich dieses Nachschlagewerk vorrangig an Studenten der Fachhochschulen, Technischen Hochschulen und Universitäten, Ingenieure, Techniker und Laboranten, aber auch an Naturwissenschaftler.

Zugang zu den gewünschten Informationen erhält der Benutzer vor allem durch das umfangreiche Sachwortverzeichnis am Schluss des Buches.

Für Hinweise zur weiteren Verbesserung des Werkes sind wir sehr dankbar.

Autoren und Verlag

Benutzungshinweise

1. Es wird grundsätzlich das *Internationale Einheitensystem* (SI) verwendet. Umrechnungen früherer, SI-fremder Einheiten in SI-Einheiten enthält Abschnitt 1.4.
2. Im Abschnitt 1.2 sind die im Buch verwendeten *Formelzeichen* physikalischer Größen in alphabetischer Reihenfolge zusammengestellt. Außerdem ist jedem Abschnitt eine Übersicht über die vorkommenden Größen vorangestellt: Formelzeichen, Größe, SI-Einheit, oft auch die Beziehung der Einheit zu anderen, insbesondere Basiseinheiten.
3. Die am häufigsten vorkommenden *Größen* werden im Allgemeinen nicht vor jedem Abschnitt wiederholt. Sie sind hier zusammengefasst:

Mechanik:

s	Weg	m
t	Zeit	s
v	Geschwindigkeit	m s^{-1}
m	Masse	kg
A	Fläche	m^2
V	Volumen	m^3
F	Kraft	N
p	Druck	Pa

Schwingungen und Wellen:

λ	Wellenlänge	m
t	Zeit	s
T	Periodendauer	s
f	Frequenz	Hz
ω	Kreisfrequenz	s^{-1}

Thermodynamik:

m	Masse	kg
V	Volumen	m^3
p	Druck	Pa
T	Temperatur	K
t	Celsius-Temperatur	$^{\circ}\text{C}$

Gleichstromkreis:

I	Stromstärke	A
U	Spannung	V
R	Widerstand	Ω

4. In der Regel sind die im Buch vorkommenden Gleichungen *Größengleichungen*. Sie gelten unabhängig von der Wahl der Einheiten. In Ausnahmefällen ist auch die Form der zugeschnittenen Größengleichung gewählt worden.
5. Besonders *wichtige Gleichungen* sind durch einen Punkt ● am linken Seitenrand markiert, die *Konstanten* durch ein Dreieck ►.
6. Im *Sachwortverzeichnis* wird grundsätzlich auf die Seitenzahl verwiesen.
7. *Fehlergrenzen* der physikalischen Konstanten sind nur im Kapitel 10 angegeben.
8. Vektoren werden durch das entsprechende Formelzeichen mit einem Pfeil versehen dargestellt.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe der Metrologie	11
1.1	Physikalische Größen	11
1.2	Formelzeichen physikalischer Größen (Auswahl)	11
1.3	Einheiten physikalischer Größen	15
1.4	Umrechnungstabellen (s. auch Kapitel 13)	18
1.5	Dimensionen physikalischer Größenarten	20
1.6	Physikalische Gleichungen	25
2	Mechanik fester Körper	26
2.1	Kinematik	26
2.2	Statik starrer Körper	39
2.3	Physikalische Grundlagen der Festigkeitslehre	47
2.4	Dynamik	66
2.5	Zusammenfassung wichtiger Gesetze der Kinematik und Dynamik	83
2.6	Gravitation	86
3	Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	93
3.1	Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase	93
3.2	Ruhende Flüssigkeiten und Gase	95
3.3	Strömende Flüssigkeiten und Gase	98
4	Thermodynamik	111
4.1	Temperatur	111
4.2	Thermische Ausdehnung der festen Körper und Flüssigkeiten	112
4.3	Zustandsgleichung des idealen Gases	116
4.4	Wärmemenge	120
4.5	Wärmeübertragung	129
4.6	Erster Hauptsatz der Thermodynamik	135
4.7	Zustandsänderungen des idealen Gases	136
4.8	Carnot'scher Kreisprozess	143
4.9	Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik	145
4.10	Exergie und Anergie	145
4.11	Änderungen des Aggregatzustandes	145
4.12	Reale Gase	155
4.13	Kinetische Theorie der Wärme	159
5	Elektrik	169
5.1	Gleichstrom	169

5.2	Elektrisches Feld	181
5.3	Magnetisches Feld	192
5.4	Zusammenfassung der wichtigsten Gesetze des elektrischen und magnetischen Feldes	212
5.5	Leitungsvorgänge in Festkörpern und Flüssigkeiten	215
5.6	Leitungsvorgänge in Gasen und im Vakuum	224
5.7	Wichtige Bauelemente der Elektronik	229
5.8	Grundlagen der Schaltalgebra	239
6	Schwingungen	243
6.1	Mechanische Schwingungen	243
6.2	Elektrische Schwingungen	256
6.3	Wechselstrom	258
7	Wellen	272
7.1	Allgemeine Wellenlehre	272
7.2	Wellenfeld	275
7.3	Schallwellen	279
7.4	Schallfeldgrößen	285
7.5	Physiologische Akustik	291
7.6	Elektromagnetische Wellen	293
7.7	Lichtausbreitung	298
7.8	Optische Abbildung	309
7.9	Optische Geräte	313
7.10	Fotometrie	315
7.11	Lichtabsorption	320
7.12	Temperaturstrahlung	322
8	Spezielle Relativitätstheorie	326
9	Quantentheorie und Atombau	331
9.1	Atom	331
9.2	Dualismus Welle – Korpuskel	332
9.3	Atomhülle	334
9.4	Physik der Atomkerne	361
9.5	Dosimetrie und Strahlenschwächung	388
10	Häufig benötigte physikalische Konstanten (Fundamental- konstanten) nach CODATA 2014	403
11	Grundlagen der Vektorrechnung	409
11.1	Vektoralgebra	409
11.2	Vektoranalysis (Differenzialoperationen)	413
12	Grundlagen der Fehlerrechnung	416
13	Umrechnung von Einheiten	422
14	Sachwortverzeichnis	428

1 Grundbegriffe der Metrologie

1.1 Physikalische Größen

G	Wert der physikalischen Größe
$\{G\}$	Zahlenwert der physikalischen Größe
$[G]$	Einheit der physikalischen Größe

Jeder Größenwert ist das Produkt aus Zahlenwert und Einheit:

$$\bullet \quad G = \{G\} [G]$$

Beispiele: $l = 20 \text{ m}$, $F = 8 \text{ N}$, $U = 230 \text{ V}$

Physikalische Größen, die sich als Quotienten gleicher Größenarten ergeben, haben die Einheit 1.

Beispiele: Wirkungsgrad, Reibungszahl, Permeabilitätszahl

1.2 Formelzeichen physikalischer Größen (Auswahl)

A	Absorptionsfläche Aktivität Fläche Massenzahl numerische Apertur	b	Spaltbreite VAN-DER-WAALS'sche Konstante WIEN'sche Konstante
A_H	HALL-Koeffizient	C	elektrische Kapazität Wärmekapazität
A_r	relative Atommasse	C_m	molare Wärmekapazität
a	Albedo Beschleunigung Länge, Abstand Materialwert eines Thermoelements spezifische Aktivität Temperaturleitfähigkeit VAN-DER-WAALS'sche Konstante	C_V	volumenbezogene Wärmekapazität
B	Bildgröße Blindleitwert magnetische Flussdichte	c	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen Lichtgeschwindigkeit PLANCK'sche Strahlungskonstanten spezifische Wärmekapazität
b	Bildweite Länge, Abstand	D	Abstand der Hauptebenen Brechwert von Linsen elektrische Flussdichte Energiedosis Winkelrichtgröße
		d	Dicke, Abstand

d	Durchmesser	I	Kraftstoß
$d_{1/2}$	Halbwertsdicke		Lichtstärke
E	Beleuchtungsstärke		Strahlstärke
	Bestrahlungsstärke	i	elektrische Stromstärke
	ebullioskopische Konstante		(zeitlich veränderlich)
	Elastizitätsmodul		Trägheitsradius
	elektrische Feldstärke	\vec{i}	Einheitsvektor in Richtung
	Energie		der x -Achse
E_k	kinetische Energie	J	elektrische Stromdichte
E_p	potenzielle Energie		Ionendosis (Exposition)
e	Elementarladung		magnetische Polarisierung
	Exzentrizität		(Massen-)Trägheitsmoment
\vec{e}	Einheitsvektor		Schallintensität
F	FARADAY-Konstante	j	magnetisches Moment
	Kraft		(Dipolmoment)
F_G	Gewichtskraft	\vec{j}	Einheitsvektor in Richtung
F_N	Normalkraft		der y -Achse
F_R	Reibungskraft	K	photometrisches Strahlungs-
f	absolute Feuchte		äquivalent
	Anzahl der Freiheitsgrade		Kerma
	Brennweite		Kompressionsmodul
	Frequenz		kryoskopische Konstante
G	elektrischer Leitwert,	k	BOLTZMANN-Konstante
	Wirkleitwert		elektrochemisches Äquivalent
	Gegenstandsgröße, Dinggröße		Federkonstante, Richtgröße
	Gravitationskonstante		Öffnungszahl
	Schubmodul, Torsionsmodul		Polytropenexponent
g	Fallbeschleunigung		Stoßparameter
	Gegenstandsweite		Wärmedurchgangskoeffizient
	Gitterkonstante	\vec{k}	Einheitsvektor in Richtung
H	Äquivalentdosis		der z -Achse
	Belichtung	L	Drehimpuls
	Drehstoß		Induktivität
	Enthalpie		Leuchtdichte
	Häufigkeit		Strahldichte
	Heizwert	L_p	Schalldruckpegel
	magnetische Feldstärke	l	Länge
h	Höhe	l_i	Bahndrehimpuls-Quantenzahl
	PLANCK'sches Wirkungs-	M	Drehmoment, Kraftmoment
	quantum		Magnetisierung
	spezifische Enthalpie		molare Masse
\hbar	Drehimpulsquantum	M_r	relative Molekülmasse
I	elektrische Stromstärke	m	Masse
	Flächenträgheitsmoment	m_i	Magnetquantenzahl

N	Anzahl der Neutronen Windungszahl	S	Steilheit
N_A	AVOGADRO-Konstante	\vec{S}	POYNTING-Vektor
n	Brechzahl Drehzahl Elektronenkonzentration Hauptquantenzahl Stoffmenge	s	konventionelle Sehweite spezifische Entropie Weg, Länge
n_0	LOSCHMIDT-Konstante	s_i	Spindrehimpuls-Quantenzahl
n_{eq}	Äquivalentmenge	T	Periodendauer thermodynamische Temperatur
\vec{n}^0	Einheitsvektor in Richtung der Bahnnormalen	$T_{1/2}$	Halbwertszeit
P	elektrische Polarisierung Leistung, Wirkleistung	t	CELSIUS-Temperatur optische Tubuslänge Zeit
p	Druck Impuls Schalldruck elektrisches Moment	U	elektrische Spannung innere Energie Wärmedurchgangskoeffizient
Q	Blindleistung elektrische Ladung Lichtmenge Wärmemenge, Wärmeenergie	U_q	Quellenspannung
q	elektrische Ladung (zeitlich veränderlich) gleichmäßig verteilte Be- lastung spezifische Schmelzwärme Wärmestromdichte	u	Beweglichkeit von Ladungs- trägern elektrische Spannung (zeitlich veränderlich) spezifische innere Energie
R	elektrischer Widerstand, Wirkwiderstand Gaskonstante RYDBERG-Konstante Schalldämm-Maß	V	magnetische Spannung Normalvergrößerung Volumen Volumenstrom
R_{th}	Wärmewiderstand	\dot{V}	Volumenstrom
$R_{\text{th}k}$	Wärmedurchgangswiderstand	V_m	molares Volumen
$R_{\text{th}\alpha}$	Wärmeübergangswiderstand	v	Geschwindigkeit Parallelverschiebung Schallschnelle spezifisches Volumen
$R_{\text{th}\lambda}$	Wärmeleitwiderstand	W	Arbeit Widerstandsmoment
Re	REYNOLDS-Zahl	w	Energiedichte Wahrscheinlichkeit
r	Radius, Abstand spezifische Verdampfungswärme	X	Blindwiderstand
\vec{r}	Ortsvektor	x	Koordinate
S	Entropie Scheinleistung	Y	Scheinleitwert
		y	Elongation Koordinate Verlängerung
		Z	Kernladungszahl (Ordnungszahl) Scheinwiderstand

z	Anzahl Koordinate Wertigkeit	ϑ	Streuwinkel
		κ	Adiabatexponent (Isentropenexponent) Kompressibilität
α	Absorptionsgrad Dämpfungskoeffizient Dehnungskoeffizient Dissoziationsgrad elektrische Polarisierbarkeit Längenausdehnungskoeffizient Phasendifferenz Temperaturkoeffizient Wärmeübergangskoeffizient Winkel Winkelbeschleunigung	Λ	magnetischer Leitwert mittlere freie Weglänge
		λ	Wärmeleitfähigkeit Wellenlänge Zerfallskonstante
		μ	Ausflusszahl magnetisches Moment von Elementarteilchen makroskopischer Wirkungsquerschnitt Permeabilität POISSON-Zahl
α_s	spezifische Drehung		Reibungszahl
β	Abbildungsmaßstab Phasenkoeffizient Schubkoeffizient Temperaturkoeffizient Winkel	μ_0	Schwächungskoeffizient magnetische Feldkonstante
		μ_r	Permeabilitätszahl
		ν	ABBE-Zahl kinematische Viskosität
Γ	Dosisleistungskonstante Wellenwiderstand	ξ	spezifische magnetische Suszeptibilität
γ	Ausbreitungskoeffizient Druckkoeffizient elektrische Leitfähigkeit Raumausdehnungskoeffizient Scherung (Schiebung) Winkel	ϱ	Dichte Krümmungsradius Raumladungsdichte Reflexionsgrad spezifischer elektrischer Widerstand Winkel (natürlicher Böschungswinkel)
Δ	LAPLACE-Operator		
δ	Abklingkoeffizient Gangunterschied Winkel	σ	mikroskopischer Wirkungsquerschnitt Oberflächenspannung (spezifische Grenzflächenenergie)
ε	Dehnung Emissionsgrad Winkel		STEFAN-BOLTZMANN-Konstante
ε_0	elektrische Feldkonstante		Streukoeffizient
ε_r	Permittivitätszahl		Zugspannung, Druckspannung
η	dynamische Viskosität Lichtausbeute Wirkungsgrad	τ	Schubspannung Transmissionsgrad
ϑ	Dämpfungsgrad mittlere Dispersion		

τ	Zeitkonstante	Ψ	elektrischer Verschiebungsfluss
Φ	Lichtstrom	Ψ	orts- und zeitabhängige Wellenfunktion
	magnetischer Fluss		
	Strahlungsfluss	ψ	Druckkoeffizient der Siedetemperatur
	Wärmestrom		
φ	elektrostatisches Potenzial		ortsabhängige Wellenfunktion
	Phasenverschiebungswinkel	Ω	Raumwinkel
	relative Feuchte	ω	Kreisfrequenz
	Strahlungsflussdichte		
	Winkel		
χ_e	elektrische Suszeptibilität		Winkel
χ_m	magnetische Suszeptibilität		Winkelgeschwindigkeit

1.3 Einheiten physikalischer Größen

Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI)

Einheit der Länge:	Meter	m
Einheit der Zeit:	Sekunde	s
Einheit der Masse:	Kilogramm	kg
Einheit der Stromstärke:	Ampere	A
Einheit der Temperatur:	Kelvin	K
Einheit der Stoffmenge:	Mol	mol
Einheit der Lichtstärke:	Candela	cd

Abgeleitete SI-Einheiten

Abgeleitete SI-Einheiten (kohärente Einheiten) sind alle Einheiten, die aus den Basiseinheiten direkt gebildet werden können (ohne Verwendung von Zahlenfaktoren ungleich 1).

Beispiele für abgeleitete SI-Einheiten:

Einheit des ebenen Winkels:	Radian	$1 \text{ rad} = 1 \text{ m m}^{-1} = 1$
Einheit des Raumwinkels:	Steradian	$1 \text{ sr} = 1 \text{ m}^2 \text{ m}^{-2} = 1$
Einheit der Geschwindigkeit:	Meter/Sekunde	1 m s^{-1}
Einheit der Kraft:	Newton	$1 \text{ N} = 1 \text{ m s}^{-2} \text{ kg}$
Einheit der Arbeit:	Joule	$1 \text{ J} = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kg}$
Einheit des Druckes:	Pascal	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-2} \text{ kg}$
Einheit der Leistung:	Watt	$1 \text{ W} = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ kg}$
Einheit der elektrischen Spannung:	Volt	$1 \text{ V} = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ kg A}^{-1}$
Einheit des Widerstandes:	Ohm	$1 \Omega = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ kg A}^{-2}$

SI-fremde Einheiten

SI-fremde Einheiten lassen sich zwar auch auf die Basiseinheiten zurückführen, jedoch treten in den entsprechenden Gleichungen Zahlenwerte auf, die von eins verschieden sind.

Beispiele für SI-fremde Einheiten:

Einheit der Länge:	Kilometer	$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
Einheit der Zeit:	Stunde	$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$
Einheit der Masse:	Tonne	$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$
Einheit der Kraft:	Kilopond *)	$1 \text{ kp} = 9,80665 \text{ m s}^{-2} \text{ kg}$
Einheit der Energie:	Kalorie *)	$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kg}$
Einheiten des Druckes:	physikalische	
	Atmosphäre *)	$1 \text{ atm} = 101325 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-2} \text{ kg}$
	technische Atmosphäre *)	$1 \text{ at} = 98066,5 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-2} \text{ kg}$

*) Nicht mehr gesetzlich

Vielfache und Teile der Einheiten

Vielfache und Teile der Einheiten werden durch *Vorsätze* gekennzeichnet:

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Bedeutung
Yotta	Y	10^{24} Einheiten
Zetta	Z	10^{21} Einheiten
Exa	E	10^{18} Einheiten
Peta	P	10^{15} Einheiten
Tera	T	10^{12} Einheiten
Giga	G	10^9 Einheiten
Mega	M	10^6 Einheiten
Kilo	k	10^3 Einheiten
Hekto *)	h	10^2 Einheiten
Deka *)	da	10 Einheiten
Dezi *)	d	10^{-1} Einheiten
Zenti *)	c	10^{-2} Einheiten
Milli	m	10^{-3} Einheiten
Mikro	μ	10^{-6} Einheiten
Nano	n	10^{-9} Einheiten
Piko	p	10^{-12} Einheiten
Femto	f	10^{-15} Einheiten
Atto	a	10^{-18} Einheiten
Zepto	z	10^{-21} Einheiten
Yocto	y	10^{-24} Einheiten

*) Diese Vorsätze sollen nur bei solchen Einheiten angewendet werden, bei denen sie bisher üblich waren (z. B. cm, dm, hl).

In der Informatik bedeutet Mega (M) $2^{20} = 1\,048\,576$ und Kilo (k) $2^{10} = 1024$.

Einheiten, die nach Personen benannt sind

Einheitenzeichen	Einheit	Größe	Beziehungen zu den SI-Einheiten
A	Ampere	elektrische Stromstärke	Basiseinheit
Å	Ångström*)	Länge	$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$
Bi	Biot*)	elektrische Stromstärke	$1 \text{ Bi} = 10 \text{ A}$
Bq	Becquerel	Aktivität	$1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$
C	Coulomb	elektrische Ladung	$1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$
Ci	Curie*)	Aktivität	$1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$
Cl	Clausius*)	Entropie	$1 \text{ Cl} = 4,1868 \text{ J K}^{-1}$
°C	Grad Celsius	Temperatur	$0 \text{ °C} = 273,15 \text{ K}$
D	Debye*)	Dipolmoment	$1 \text{ D} = 3,3 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$
F	Farad	Kapazität	$1 \text{ F} = 1 \text{ A s V}^{-1}$
Fr	Franklin*)	elektrische Ladung	$1 \text{ Fr} = 3,336 \cdot 10^{-10} \text{ C}$
G	Gauß*)	magn. Flussdichte	$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$
Gal	Gal*)	Beschleunigung	$1 \text{ Gal} = 10^{-2} \text{ m s}^{-2}$
Gb	Gilbert*)	magnetische Spannung	$1 \text{ Gb} = \frac{10}{4\pi} \text{ A}$
Gy	Gray	Energiedosis	$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J kg}^{-1}$
H	Henry	Induktivität	$1 \text{ H} = 1 \text{ V s A}^{-1}$
Hz	Hertz	Frequenz	$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$
J	Joule	Energie	$1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = 1 \text{ W s}$
K	Kelvin	Temperatur	Basiseinheit
M (Mx)	Maxwell*)	magnetischer Fluss	$1 \text{ M} = 10^{-8} \text{ Wb}$
N	Newton	Kraft	$1 \text{ N} = 1 \text{ m kg s}^{-2}$
Oe	Oested*)	magnetische Feldstärke	$1 \text{ Oe} = \frac{10^3}{4\pi} \text{ A m}^{-1}$
Ω	Ohm	elektrischer Widerstand	$1 \text{ Ω} = 1 \text{ V A}^{-1}$
P	Poise*)	dynamische Viskosität	$1 \text{ P} = 0,1 \text{ Pa s}$
Pa	Pascal	Druck, Spannung	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}$
R	Röntgen*)	Ionendosis	$1 \text{ R} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C kg}^{-1}$
S	Siemens	elektrischer Leitwert	$1 \text{ S} = 1 \text{ Ω}^{-1}$
St	Stokes*)	kinematische Viskosität	$1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Sv	Sievert	Äquivalentdosis	$1 \text{ Sv} = 1 \text{ J kg}^{-1}$
T	Tesla	magn. Flussdichte	$1 \text{ T} = 1 \text{ V s m}^{-2}$
Torr	Torr*)	Druck	$1 \text{ Torr} = 133,3224 \text{ Pa}$
V	Volt	elektrische Spannung	$1 \text{ V} = 1 \text{ W A}^{-1}$
W	Watt	Leistung	$1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1} = 1 \text{ V A}$
Wb	Weber	magnetischer Fluss	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V s}$

*) Einheit nicht (oder nicht mehr) gesetzlich

1.4 Umrechnungstabellen (s. auch Kapitel 13)

Umrechnungstabelle SI-fremder Längeneinheiten in Meter

Einheit	Einheiten- zeichen	Umrechnung in Meter
Seemeile	sm	1 sm = 1852 m
X-Einheit	XE	1 XE = $1,00202 \cdot 10^{-13}$ m
Ångström	Å	1 Å = 10^{-10} m
Astronomische Einheit	AE	1 AE = $1,49600 \cdot 10^{11}$ m
Lichtjahr	ly	1 ly = $9,4605 \cdot 10^{15}$ m
Parsec	pc	1 pc = $3,0857 \cdot 10^{16}$ m (1 pc = 3,2617 ly)

Umrechnungstabelle für Zeiteinheiten

Einheit	Einheits- zeichen	Faktor zur Umrechnung in				
		a	d	h	min	s
Jahr	a	1	365,242	8765,81	525949	31556926
Tag	d	$2,738 \cdot 10^{-3}$	1	24	1440	86400
Stunde	h	$1,141 \cdot 10^{-4}$	0,0417	1	60	3600
Minute	min	$0,1901 \cdot 10^{-5}$	$0,694 \cdot 10^{-3}$	0,01667	1	60
Sekunde	s	$0,3169 \cdot 10^{-7}$	$1,57 \cdot 10^{-5}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	0,01667	1

Umrechnungstabelle SI-fremder Energieeinheiten in Joule

Einheit	Einheiten- zeichen	Umrechnung in Joule (1 J = 1 N m = 1 W s)
Kilowattstunde	kW h	1 kW h = $3,6 \cdot 10^6$ J = 3,6 MJ
Kilopondmeter	kp m	1 kp m = 9,80665 J
Erg	erg	1 erg = 10^{-7} J = 0,1 μ J
Kilokalorie	kcal	1 kcal = $4,1868 \cdot 10^3$ J = 4,1868 kJ
Elektronvolt	eV	1 eV = $1,60218 \cdot 10^{-19}$ J = 0,160218 aJ

Umrechnungstabelle für Winkeleinheiten

Einheit	Einheitenzeichen	Faktor zur Umrechnung in						
		rad	L	°	°	'	''	gon
Radiant	rad	1	0,636620	57,295781	57	17	44,8	63,662
1 Rechter	L	1,570796	1	90	90	0	0	100
$= \frac{\pi}{2}$ Radiant								
Grad	°	17,45329 $\cdot 10^{-3}$	1,11111 $\cdot 10^{-2}$	1	1	0	0	1,11111
Minute	'	2,90888 $\cdot 10^{-4}$	1,85185 $\cdot 10^{-4}$	1,66667 $\cdot 10^{-2}$	0	1	0	1,85185 $\cdot 10^{-2}$
Sekunde	''	4,848137 $\cdot 10^{-6}$	3,0864 $\cdot 10^{-6}$	2,77 $\cdot 10^{-4}$	0	0	1	3,0864 $\cdot 10^{-4}$
Gon	gon	1,570796 $\cdot 10^{-2}$	10 ⁻²	0,9	0	54	0	1

Umrechnungstabelle SI-fremder Druckeinheiten in Pascal

Einheit	Einheitenzeichen	Umrechnung in Pascal (1 Pa = 1 N/m ²)	
Bar	bar	1 bar	= 10 ⁵ Pa = 100 kPa = 10 ³ hPa
Mikrobar	$\mu\text{bar} = \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	1 μbar	= 0,1 Pa
Millimeter Wassersäule	mm WS = $\frac{\text{kp}}{\text{m}^2}$	1 mm WS	= 9,80665 Pa
Physikalische Atmosphäre	atm	1 atm	= 1,01325 · 10 ⁵ Pa = 101,325 kPa
Torr	Torr	1 Torr	= 133,3224 Pa
Technische Atmosphäre	at	1 at	= 9,80665 · 10 ⁴ Pa = 98,0665 kPa

Umrechnungstabelle SI-fremder Kräfteinheiten in Newton

Einheit	Einheitenzeichen	Umrechnung in Newton
Dyn	dyn	1 dyn = 10 ⁻⁵ N
Kilopond	kp	1 kp = 9,80665 N
Megapond	Mp	1 Mp = 9,80665 · 10 ³ N

Umrechnungstabelle SI-fremder Leistungseinheiten in Watt

Einheit	Einheitenzeichen	Umrechnung in Watt (1 W = 1 J/s)
Kilowatt	kW	1 kW = 10^3 W
Kilopondmeter	kp m	$1 \frac{\text{kp m}}{\text{s}} = 9,80665 \text{ W}$
Sekunde	s	
Kilokalorie	kcal	$1 \frac{\text{kcal}}{\text{s}} = 4,1868 \cdot 10^3 \text{ W} = 4,1868 \text{ kW}$
Sekunde	s	
Pferdestärke	PS	1 PS = 735,5 W
Kilokalorie	kcal	
Stunde	h	$1 \frac{\text{kcal}}{\text{h}} = 1,163 \text{ W}$

1.5 Dimensionen physikalischer Größenarten

Die Dimension kennzeichnet die *Qualität* einer physikalischen Größenart; sie gibt den Zusammenhang einer physikalischen Größe mit den Basisgrößen an.

Der Begriff der Dimension ist von dem der Einheit zu unterscheiden. So hat z. B. die Geschwindigkeit

die Dimension $\frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$ und die Einheit $\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$

Als Dimensionszeichen werden *große steile Groteskbuchstaben* benutzt:

Basisgröße	Dimensionszeichen	Basisgröße	Dimensionszeichen
Länge	L	Temperatur (thermo- dynamische)	T
Zeit	Z		
Masse	M	Stoffmenge Lichtstärke	N
Stromstärke	I		J

Beispiele für Dimensionen und Einheiten

Größenart	Dimension	Einheit
Fläche	L^2	1 m ²
Volumen	L^3	1 m ³
Geschwindigkeit	$L Z^{-1}$	1 m s ⁻¹
Beschleunigung	$L Z^{-2}$	1 m s ⁻²
Kraft	$L Z^{-2} M$	1 m s ⁻² kg = 1 N

Größenart	Dimension	Einheit
Druck	$L^{-1} Z^{-2} M$	$1 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-2} \text{ kg} = 1 \text{ Pa}$
Arbeit, Energie	$L^2 Z^{-2} M$	$1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kg} = 1 \text{ J}$
Leistung	$L^2 Z^{-3} M$	$1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ kg} = 1 \text{ W}$
Elektrische Spannung	$L^2 Z^{-3} M I^{-1}$	$1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ kg A}^{-1} = 1 \text{ V}$
Elektrische Ladung	$Z I$	$1 \text{ s A} = 1 \text{ C}$
Molare Masse	$M N^{-1}$	1 kg mol^{-1}

Die Dimension der Größe G kann also in der Form

$$\dim G = L^i Z^j M^k I^l T^m N^n J^p$$

die SI-Einheit als

$$[G] = \text{m}^i \text{s}^j \text{kg}^k \text{A}^l \text{K}^m \text{mol}^n \text{cd}^p$$

dargestellt werden. Die Exponenten i, j, k, l, m, n, p sind der folgenden Tabelle zu entnehmen (Auswahl):

Größe	Formel- zeichen	i	j	k	l	m	n	p
Länge	l	1	0	0	0	0	0	0
Fläche	A	2	0	0	0	0	0	0
Volumen	V	3	0	0	0	0	0	0
Brechwert	D	-1	0	0	0	0	0	0
Ebener Winkel	φ	0	0	0	0	0	0	0
Raumwinkel	Ω	0	0	0	0	0	0	0
Zeit	t	0	1	0	0	0	0	0
Frequenz	f	0	-1	0	0	0	0	0
Kreisfrequenz	ω	0	-1	0	0	0	0	0
Winkelgeschwindigkeit	ω	0	-1	0	0	0	0	0
Winkelbeschleunigung	α	0	-2	0	0	0	0	0
Geschwindigkeit	v	1	-1	0	0	0	0	0
Beschleunigung	a	1	-2	0	0	0	0	0
Masse	m	0	0	1	0	0	0	0
Dichte	ρ	-3	0	1	0	0	0	0
Spezifisches Volumen	v	3	0	-1	0	0	0	0
Kraft	F	1	-2	1	0	0	0	0
Druck	p	-1	-2	1	0	0	0	0
Spannung (Zug-, Druck-)	σ	-1	-2	1	0	0	0	0
Impuls	p	1	-1	1	0	0	0	0
Drehimpuls	L	2	-1	1	0	0	0	0
Massenträgheitsmoment	J	2	0	1	0	0	0	0
Flächenträgheitsmoment	I	4	0	0	0	0	0	0

Größe	Formel- zeichen	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>
Drehmoment (Kraftmoment)	M	2	-2	1	0	0	0	0
Energie, Arbeit	E, W	2	-2	1	0	0	0	0
Leistung	P	2	-3	1	0	0	0	0
Wirkung	H	2	-1	1	0	0	0	0
Energiedichte	w	-1	-2	1	0	0	0	0
Wirkungsgrad	η	0	0	0	0	0	0	0
Reibungszahl	μ	0	0	0	0	0	0	0
Elastizitätsmodul	E	-1	-2	1	0	0	0	0
Schub-, Torsionsmodul	G	-1	-2	1	0	0	0	0
Kompressionsmodul	K	-1	-2	1	0	0	0	0
POISSON-Zahl	μ	0	0	0	0	0	0	0
Richtgröße	k	0	-2	1	0	0	0	0
Gravitationskonstante	G	3	-2	-1	0	0	0	0
Oberflächenspannung	σ	0	-2	1	0	0	0	0
Dynamische Viskosität	η	-1	-1	1	0	0	0	0
Kinematische Viskosität	ν	2	-1	0	0	0	0	0
Volumenstrom	\dot{V}	3	-1	0	0	0	0	0
REYNOLDS-Zahl	Re	0	0	0	0	0	0	0
Elongation	y	1	0	0	0	0	0	0
Periodendauer	T	0	1	0	0	0	0	0
Schallschnelle	v	1	-1	0	0	0	0	0
Lautstärkepegel	L_s	0	0	0	0	0	0	0
Dämm-Maß	R	0	0	0	0	0	0	0
Temperatur (thermo- dynamische)	T	0	0	0	0	1	0	0
Stoffmenge	n	0	0	0	0	0	1	0
Molare Masse	M	0	0	1	0	0	-1	0
Molares Volumen	V_m	3	0	0	0	0	-1	0
Wärmemenge, Wärmeenergie	Q	2	-2	1	0	0	0	0
Wärmekapazität	C	2	-2	1	0	-1	0	0
Spezifische Wärmekapazität	c	2	-2	0	0	-1	0	0
Volumenbezogene Wärme- kapazität	C_V	-1	-2	1	0	-1	0	0
Molare Wärmekapazität	C_m	2	-2	1	0	-1	-1	0
Enthalpie	H	2	-2	1	0	0	0	0
Entropie	S	2	-2	1	0	-1	0	0
Gaskonstante	R	2	-2	1	0	-1	-1	0
BOLTZMANN-Konstante	k	2	-2	1	0	-1	0	0
Adiabatexponent	x	0	0	0	0	0	0	0
Polytropenexponent	k	0	0	0	0	0	0	0
Spezifische Schmelzwärme	q	2	-2	0	0	0	0	0

Größe	Formelzeichen	i	j	k	l	m	n	p
Spezifische Verdampfungswärme	r	2	-2	0	0	0	0	0
Heizwert (feste und flüssige Brennstoffe)	H	2	-2	0	0	0	0	0
Heizwert (gasförmige Brennstoffe)	H'	-1	-2	1	0	0	0	0
Längenausdehnungskoeffizient	α	0	0	0	0	-1	0	0
Raumausdehnungskoeffizient	γ	0	0	0	0	-1	0	0
Wärmeleitfähigkeit	λ	1	-3	1	0	-1	0	0
Wärmeübergangskoeffizient	α	0	-3	1	0	-1	0	0
Wärmedurchgangskoeffizient	k, U	0	-3	1	0	-1	0	0
Wärmestrom	Φ	2	-3	1	0	0	0	0
Wärmestromdichte	q	0	-3	1	0	0	0	0
Temperaturleitfähigkeit	a	2	-1	0	0	0	0	0
Ebullioskopische Konstante	E	0	0	0	0	1	0	0
Kryoskopische Konstante	K	0	0	0	0	1	0	0
Dissoziationsgrad	α	0	0	0	0	0	0	0
VAN-DER-WAALS'sche Konstante	a	5	-2	1	0	0	-2	0
VAN-DER-WAALS'sche Konstante	b	3	0	0	0	0	-1	0
Absolute Feuchte	f	-3	0	1	0	0	0	0
Relative Feuchte	φ	0	0	0	0	0	0	0
Elektrische Stromstärke	I	0	0	0	1	0	0	0
Elektrische Ladung	Q	0	1	0	1	0	0	0
Elektrische Stromdichte	J	-2	0	0	1	0	0	0
Elektrische Spannung	U	2	-3	1	-1	0	0	0
Elektrischer Widerstand	R	2	-3	1	-2	0	0	0
Elektrischer Leitwert	G	-2	3	-1	2	0	0	0
Spezifischer elektrischer Widerstand	ϱ	3	-3	1	-2	0	0	0
Elektrische Leitfähigkeit	γ	-3	3	-1	2	0	0	0
Elektrische Feldstärke	E	1	-3	1	-1	0	0	0
Magnetische Feldstärke	H	-1	0	0	1	0	0	0
Elektrische Kapazität	C	-2	4	-1	2	0	0	0
Induktivität	L	2	-2	1	-2	0	0	0
Elektrische Flussdichte	D	-2	1	0	1	0	0	0
Magnetische Flussdichte	B	0	-2	1	-1	0	0	0
Magnetischer Fluss	Φ	2	-2	1	-1	0	0	0

Größe	Formel- zeichen	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>
Magnetische Spannung	V	0	0	0	1	0	0	0
Magnetischer Widerstand	R_m	-2	2	-1	2	0	0	0
Elektrische Feldkonstante	ϵ_0	-3	4	-1	2	0	0	0
Magnetische Feldkonstante	μ_0	1	-2	1	-2	0	0	0
Dielektrizitätszahl	ϵ_r	0	0	0	0	0	0	0
Permeabilitätszahl	μ_r	0	0	0	0	0	0	0
Elektrische Suszeptibilität	χ_e	0	0	0	0	0	0	0
Magnetische Suszeptibilität	χ_m	0	0	0	0	0	0	0
Elektrische Polarisierung	P	-2	1	0	1	0	0	0
Magnetische Polarisierung	J	0	-2	1	-1	0	0	0
Elektrisches Moment	p	1	1	0	1	0	0	0
Magnetisches Moment	j	3	-2	1	-1	0	0	0
Elektrische Polarisierbarkeit	α	0	4	-1	2	0	0	0
Magnetische Polarisierbarkeit	β	4	-2	1	-2	0	0	0
FARADAY-Konstante	F	0	1	0	1	0	-1	0
Lichtstärke	I, I_v	0	0	0	0	0	0	1
Lichtstrom	Φ, Φ_v	0	0	0	0	0	0	1
Leuchtdichte	L, L_v	-2	0	0	0	0	0	1
Beleuchtungsstärke	E, E_v	-2	0	0	0	0	0	1
Strahlungsfluss	Φ, Φ_e	2	-3	1	0	0	0	0
Strahlungsflussdichte	φ	0	-3	1	0	0	0	0
Strahlstärke	I, I_e	2	-3	1	0	0	0	0
Strahldichte	L, L_e	0	-3	1	0	0	0	0
Bestrahlungsstärke	E, E_e	0	-3	1	0	0	0	0
Numerische Apertur	A	0	0	0	0	0	0	0
Brennweite	f	1	0	0	0	0	0	0
Brechzahl	n	0	0	0	0	0	0	0
Gitterkonstante	g	1	0	0	0	0	0	0
Relative Atommasse	A_r	0	0	0	0	0	0	0
Relative Molekülmasse	M_r	0	0	0	0	0	0	0
Aktivität	A	0	-1	0	0	0	0	0
PLANCK'sches Wirkungs- quantum	h	2	-1	1	0	0	0	0
Drehimpulsquantum	\hbar	2	-1	1	0	0	0	0
AVOGADRO-Konstante	N_A	0	0	0	0	0	-1	0
LOSCHMIDT-Konstante	n_0	-3	0	0	0	0	0	0
Zerfallskonstante	λ	0	-1	0	0	0	0	0

1.6 Physikalische Gleichungen

Größengleichungen

In jeder Größengleichung steht das *Formelzeichen für die physikalische Größe*, also für das Produkt aus Zahlenwert und Einheit. Die Größengleichung gilt unabhängig von der Wahl der Einheiten, sie ist daher bevorzugt anzuwenden.

Beispiele für Größengleichungen:

$$s = vt, \quad v = 2\pi r f, \quad F = ma$$

Zugeschnittene Größengleichungen

Auch in der zugeschnittenen Größengleichung steht das *Formelzeichen für die physikalische Größe*. In der Gleichung wird der *Quotient aus der Größe und der Einheit* gebildet, in der die Größe zu messen ist. Dieser Quotient ergibt den *Zahlenwert der Größe*.

Beispiele für zugeschnittene Größengleichungen:

$$s/m = \frac{1}{3,6} v/\text{km h}^{-1} \cdot t/s, \quad F/N = m/\text{kg} \cdot a/m \text{ s}^{-2}$$

$$v/m \text{ s}^{-1} = 0,10472 r/m \cdot f/\text{min}^{-1}$$

Zahlenwertgleichungen

Das *Formelzeichen* bedeutet in einer Zahlenwertgleichung nur den *Zahlenwert* der physikalischen Größe, dem eine ganz bestimmte Einheit zugeordnet ist, die in einer Gleichungslegende (Einheitenrechen, WALLOT'scher Kamm) angegeben werden muss. Wegen der abweichenden Bedeutung der Formelzeichen – nur Zahlenwert, nicht physikalische Größe – werden in diesem Buch grundsätzlich *keine* Zahlenwertgleichungen verwendet.

Beispiele für Zahlenwertgleichungen:

$$s = \frac{1}{3,6} vt \quad \frac{s}{m} \left| \frac{v}{\text{km h}^{-1}} \right| \frac{t}{s} \quad v = 0,10472 rf \quad \frac{v}{m \text{ s}^{-1}} \left| \frac{r}{m} \right| \frac{f}{\text{min}^{-1}}$$

2 Mechanik fester Körper

2.1 Kinematik

Länge

- Die Länge ist eine Basisgröße. Die *Einheit* der Länge ist das *Meter*: Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von $1/299\,792\,458$ Sekunden durchläuft.

Zeit

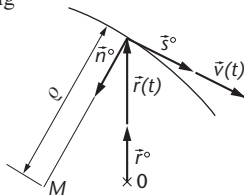
- Die Zeit ist eine Basisgröße. Die *Einheit* der Zeit ist die *Sekunde*: Die Sekunde ist die Dauer von $9\,192\,631\,770$ Perioden der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms Cäsium 133 entspricht.

Bahngeschwindigkeit

$s, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v	Bahngeschwindigkeit (Geschwindigkeit)	m s^{-1}
\vec{r}	Ortsvektor	m
\vec{s}°	Einheitsvektor in Richtung der Bahnkurve	1
\vec{r}°	Einheitsvektor in Richtung des Ortsvektors	1

$v, \vec{r}, s, \vec{r}^\circ$ und \vec{s}° sind im Allgemeinen zeitabhängig

- $$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \frac{ds}{dt} \vec{s}^\circ = v \vec{s}^\circ$$



Bahngeschwindigkeit auf gerader Bahn

$s, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v	Bahngeschwindigkeit (Geschwindigkeit)	m s^{-1}
s_0	zur Zeit t_0 bereits zurückgelegter Weg	m

Augenblicksgeschwindigkeit

- $$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\bullet \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0} \quad v = \frac{s - s_0}{t} \quad \text{für } t_0 = 0$$

Geschwindigkeit bei gleichförmiger Bewegung

$$\bullet \quad v = \frac{s}{t} \quad \text{für } t_0 = 0 \quad \text{und } s_0 = 0$$

Einige Geschwindigkeiten (Durchschnittswerte)

Bewegung	$\frac{v}{\text{km h}^{-1}}$	$\frac{v}{\text{m s}^{-1}}$
Gletscherbewegung	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-6}$
Schneeflocken	0,72	0,2
Gehen	5	1,4
Dauerlauf	10	2,8
Radfahren	20	5,5
Kurzstreckenlauf	bis 36	bis 10
Brieftaube	72	20
Rennpferd	90	25
Orkan (Windstärke 12)	126	35
Schallgeschwindigkeit in Luft bei 0 °C und 101,325 kPa	1225	340
Punkt am Äquator (Umfangsgeschwindigkeit der Erde)	1670	464
Überschallverkehrsflugzeug	2500	695
Gewehrgeschoss (Anfangsgeschwindigkeit)	3130	870
Wasserstoffmoleküle bei 0 °C und 101,325 kPa	6625	1840
Erdbebenwelle	13000	3600
Künstlicher Erdsatellit	28800	8000
Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne	$1,1 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$
Licht im Vakuum (gerundet)	$1,1 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^8$

Bahngeschwindigkeit bei Kreisbewegung mit konstanter Drehfrequenz

v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
r	Radius der Kreisbahn	m
f	Drehfrequenz (Drehzahl)	s^{-1}

$$\bullet \quad v = 2\pi r f$$

Winkelgeschwindigkeit

(→ Bild S. 26); M und O liegen in der Zeichenebene

$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit bezüglich O	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
\vec{r}	Ortsvektor	m
\vec{e}°	Einheitsvektor, senkrecht zur Bahnebene	1
φ	Winkel zwischen \vec{r} und einer vorgegebenen Richtung	$\text{rad} \equiv 1$
\vec{n}°	Einheitsvektor in Richtung der Normalen der Bahnkurve zum Krümmungsmittelpunkt	1
ϱ	Krümmungsradius der Bahnkurve	m

$$\overrightarrow{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}^\circ$$

Winkelgeschwindigkeit bezüglich O

$$\vec{e}^\circ \perp \vec{r} \quad \overrightarrow{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)} = \frac{1}{r^2} (\vec{r} \times \vec{v})$$

Winkelgeschwindigkeit bezüglich M

$$\vec{e}^\circ \perp \vec{n}^\circ \quad \vec{\omega} = \frac{1}{\varrho} (\vec{v} \times \vec{n}^\circ) \quad \omega = \frac{v}{\varrho}$$

Wenn O und M zusammenfallen, gilt $\vec{\omega} = \overrightarrow{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)}$.

Winkelgeschwindigkeit bei Kreisbewegung

ω	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
φ	Drehwinkel	$\text{rad} \equiv 1$
t	Zeit	s
T	Periodendauer (Umlaufzeit)	s
f	Drehfrequenz (Drehzahl)	s^{-1}
v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
r	Radius der Kreisbahn	m
s	Kreisbogen	m
z	Anzahl der Umdrehungen	1

Augenblickswinkelgeschwindigkeit

$$\bullet \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \quad \text{mit} \quad \varphi = \frac{s}{r}$$

Durchschnittswinkelgeschwindigkeit

$$\bullet \quad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}, \quad \omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \quad \text{für} \quad t_0 = 0$$

Winkelgeschwindigkeit bei konstanter Drehfrequenz für $t_0 = 0$ und $\varphi_0 = 0$

$$\bullet \quad \omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}, \quad \omega = 2\pi f, \quad f = \frac{1}{T}$$

Zusammenhang zwischen Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit

$$\bullet \quad v = \omega r$$

Anzahl der Umdrehungen bei konstanter Drehfrequenz

$$\bullet \quad z = ft$$

Beschleunigung

(→ Bild S. 26)

\vec{a} Vektor der Beschleunigung m s^{-2}

\vec{r} Ortsvektor m

a_t Bahnbeschleunigung (Tangentialbeschleunigung) m s^{-2}

v Bahngeschwindigkeit m s^{-1}

a_r Radialbeschleunigung m s^{-2}

Q Krümmungsradius der Bahnkurve m

\vec{s}° Einheitsvektor in Richtung der Bahnkurve 1

\vec{n}° Einheitsvektor in Richtung der Normalen der Bahnkurve 1

t Zeit s

$$\bullet \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \dot{v}\vec{s}^\circ + \frac{v^2}{Q}\vec{n}^\circ = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$

Betrag der Beschleunigung

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}, \quad a_t = \dot{v}, \quad a_r = \frac{v^2}{Q}$$

Bahnbeschleunigung

a_t Bahnbeschleunigung (Tangentialbeschleunigung) m s^{-2}

v Bahngeschwindigkeit m s^{-1}

t Zeit s

v_0, t_0 Anfangswerte von v und t

Augenblicksbeschleunigung

$$\bullet \quad a_t = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

Durchschnittsbeschleunigung

$$\bullet \quad a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}, \quad a_t = \frac{v - v_0}{t} \quad \text{für } t_0 = 0$$

Beschleunigung bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung

$$\bullet \quad a_t = \frac{v}{t} \quad \text{für} \quad t_0 = 0 \quad \text{und} \quad v_0 = 0$$

Beträge einiger Beschleunigungen (Durchschnittswerte)

Bewegung	$\frac{a}{\text{m s}^{-2}}$
Anfahren von Güterzügen	0,1 ... 0,3
Anfahren von Personenzügen	0,5 ... 0,6
Anfahren von Kraftfahrzeugen	1 ... 3
Bremsen von Güterzügen	0,15
Bremsen von Personenzügen	0,3 ... 1
Bremsen von Kraftfahrzeugen	1 ... 10
Normwert der Fallbeschleunigung	9,80665
Tennisball beim Aufprall auf eine Wand	10^5
Abschuss eines Geschosses	bis $5 \cdot 10^5$

Radialbeschleunigung

(→ Bild S. 26)

a_r	Radialbeschleunigung	m s^{-2}
v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
ϱ	Krümmungsradius der Bahnkurve	m
r	Radius des Kreises bei Kreisbewegung	m
ω_Q	Winkelgeschwindigkeit um die zur Bahnebene senkrechte Achse durch den Krümmungsmittelpunkt M	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
ω	Winkelgeschwindigkeit bei Kreisbewegung	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$

$$a_r = \frac{v^2}{\varrho}, \quad \frac{v^2}{\varrho} = v\omega_Q = \omega_Q^2 \varrho$$

Radialbeschleunigung bei Kreisbewegung

$$\bullet \quad a_r = \frac{v^2}{r}, \quad \frac{v^2}{r} = v\omega = \omega^2 r$$

Winkelbeschleunigung

α	Winkelbeschleunigung	$\text{rad s}^{-2} \equiv \text{s}^{-2}$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$

φ	Drehwinkel	rad \equiv 1
t	Zeit	s
\vec{e}°	Einheitsvektor in Richtung der Achse, um die die Drehung erfolgt	1
ω_0, t_0	Anfangswerte von ω und t	

Augenblickswinkelbeschleunigung

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\dot{\omega}} = \vec{\ddot{\varphi}} = \dot{\omega}\vec{e}^\circ$$

● $\alpha = \frac{d\omega}{dt}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$

Durchschnittswinkelbeschleunigung

● $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}, \quad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad \text{für } t_0 = 0$

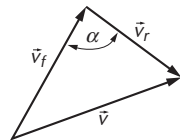
Winkelbeschleunigung bei gleichmäßig beschleunigter Kreisbewegung

● $\alpha = \frac{\omega}{t} \quad \text{für } t_0 = 0 \quad \text{und} \quad \omega_0 = 0$

Geschwindigkeit bei Relativbewegung

\vec{v}	Absolutgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Körpers gegenüber dem ruhenden System)	m s^{-1}
\vec{v}_f	Führungsgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des translatorisch bewegten Bezugssystems gegenüber dem ruhenden System)	m s^{-1}
\vec{v}_r	Relativgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Körpers, bezogen auf das bewegte Bezugssystem)	m s^{-1}

● $\vec{v} = \vec{v}_f + \vec{v}_r, \quad v = \sqrt{v_f^2 + v_r^2 - 2v_f v_r \cos \alpha}$



Beschleunigung bei Relativbewegung

\vec{a}	Absolutbeschleunigung (Beschleunigung des Körpers, bezogen auf das ruhende System)	m s^{-2}
\vec{a}_f	Führungsbeschleunigung (Beschleunigung des bewegten Systems, bezogen auf das ruhende System)	m s^{-2}
\vec{a}_r	Relativbeschleunigung (Beschleunigung des bewegten Körpers, bezogen auf das bewegte System)	m s^{-2}
\vec{a}_c	CORIOLIS-Beschleunigung	m s^{-2}

$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit des bewegten Systems, bezogen auf das ruhende System	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
\vec{v}_r	Relativgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Körpers, bezogen auf das bewegte System)	m s^{-1}
α	Winkel zwischen $\vec{\omega}$ und \vec{v}_r	$\text{rad} \equiv 1$

Absolutbeschleunigung

$$\vec{a} = \vec{a}_f + \vec{a}_r + \vec{a}_c$$

CORIOLIS-Beschleunigung

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

$$a_c = 2\omega v_r \sin \alpha, \quad a_c = 2\omega v_r \quad \text{für } \vec{\omega} \perp \vec{v}_r$$

$a_c = 0$ für $\omega = 0$: Es ist nur Translationsbewegung der beiden Systeme zueinander vorhanden.

$v_r = 0$: Der Körper ruht im bewegten System.

$\vec{v}_r \parallel \vec{\omega}$: Die Geschwindigkeit des Körpers im bewegten System ist parallel zur Drehachse.

Gesetze der beschleunigten geradlinigen Bewegung

$s, v, t \rightarrow$ Benutzungshinweise

a Beschleunigung m s^{-2}

s_0, v_0, t_0 Anfangswerte von s, v, t

Für $t_0 = 0$ gelten:

Für $t_0 \neq 0$ gelten:

Weg-Zeit-Gesetz

$$\bullet \quad s = s_0 + \int_0^t v \, dt, \quad s = s_0 + \int_{t_0}^t v \, dt$$

Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$\bullet \quad v = v_0 + \int_0^t a \, dt, \quad v = v_0 + \int_{t_0}^t a \, dt$$

s, v und a sind zeitabhängig.

Gesetze der gleichmäßig beschleunigten geradlinigen Bewegung

($a = \text{const}$)

$s, v, t \rightarrow$ Benutzungshinweise

a Beschleunigung m s^{-2}

s_0, v_0, t_0 Anfangswerte von s, v, t

Für $t_0 = 0$ gelten:

Weg-Zeit-Gesetz

$$\bullet \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\bullet \quad s = s_0 + \frac{v + v_0}{2} t$$

$$\bullet \quad s = s_0 + v t - \frac{1}{2} a t^2$$

Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$\bullet \quad v = v_0 + a t$$

Zeitfreie Gleichung

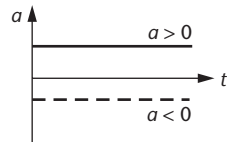
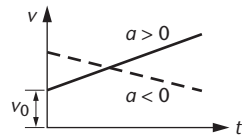
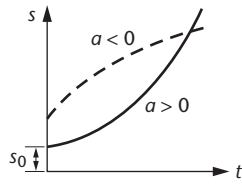
$$\bullet \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2a(s - s_0)}$$

Spezialfälle → S. 38

Freier Fall

g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
h	Fallhöhe	m
t	Zeit	s
φ	geografische Breite	$^\circ$
r	Abstand vom Erdmittelpunkt	m
r_E	Erdradius	m
h_1	Höhe über der Erdoberfläche	m

$$\bullet \quad h = \frac{1}{2} g t^2, \quad v = g t, \quad v = \sqrt{2gh}$$



Fallbeschleunigung

Ort	Formelzeichen	$\frac{g}{\text{m s}^{-2}}$
Normort (45° nördliche Breite 0 m über dem Meeresspiegel)	g_n	9,80665
Pol	g_p	9,83221
Äquator	$g_{\text{ä}}$	9,78049

Abhängigkeit der Fallbeschleunigung von der geografischen Breite

$$\frac{g_\varphi}{\text{m s}^{-2}} = \frac{g_p}{\text{m s}^{-2}} - 0,052 \cos^2 \varphi$$

Abhängigkeit der Fallbeschleunigung vom Abstand vom Erdmittelpunkt

$$g_r = \frac{r_E^2}{r^2} g_n, \quad r > r_E = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Fallbeschleunigung in der Höhe h_1 über der Erdoberfläche

$$\frac{g_h}{\text{m s}^{-2}} = \frac{g_n}{\text{m s}^{-2}} - 3 \cdot 10^{-6} \frac{h_1}{\text{m}} \quad \text{für} \quad \frac{h_1}{r_E} \ll 1$$

Senkrechter Wurf

Der senkrechte Wurf nach oben ist eine gleichmäßig verzögerte Bewegung mit der Beschleunigung $a = -g$ (Ordinaten werden nach oben positiv gezählt) (\rightarrow S. 33; $s_0 = 0$).

$v, t \rightarrow$ Benutzungshinweise

h	Höhe	m
h_{\max}	Steighöhe	m
t_{\max}	Steigzeit	s
v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m s^{-1}
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}

$$\bullet \quad h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \quad h = \frac{1}{2} (v + v_0) t$$

$$\bullet \quad v = v_0 - g t, \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

Steighöhe Steigzeit

$$\bullet \quad h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \quad t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

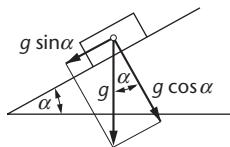
Reibungsfreie Bewegung auf der geneigten Ebene

a	Beschleunigung	m s^{-2}
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
α	Winkel	$^\circ$

Die reibungsfreie Abwärtsbewegung auf der geneigten Ebene ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung

$$\bullet \quad a = g \sin \alpha$$

Es gelten die Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung (\rightarrow S. 33).

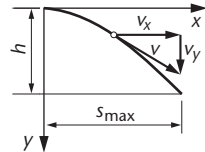


Horizontaler Wurf

v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m s^{-1}
v_x, v_y	Geschwindigkeitskomponenten	m s^{-1}
x, y	Koordinaten	m
s_{max}	Wurfweite	m
t	Zeit	s
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
h	Fallhöhe	m

Geschwindigkeit

- $v_x = v_0, \quad v_y = gt, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

**Gleichung der Wurfparabel**

- $x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2, \quad y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$

Wurfweite

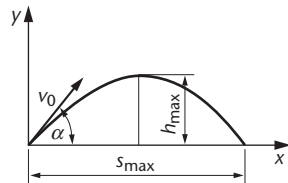
- $s_{\text{max}} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Schiefer Wurf

$v, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m s^{-1}
v_x, v_y	Geschwindigkeitskomponenten	m s^{-1}
x, y	Koordinaten	m
h_{max}	Steighöhe	m
s_{max}	Wurfweite	m
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
α	Winkel zwischen v_0 und der x -Achse	$^\circ$
t_{st}	Steigzeit	s

Geschwindigkeit

- $v_x = v_0 \cos \alpha,$
 $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$
 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

**Gleichung der Wurfparabel**

- $x = v_0 t \cos \alpha, \quad y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2,$
- $y = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$

	Wurfweite	Steighöhe	Steigzeit
●	$s_{\max} = \frac{1}{g} v_0^2 \sin 2\alpha$	$h_{\max} = \frac{1}{2g} v_0^2 \sin^2 \alpha$	$t_{\text{st}} = \frac{1}{g} v_0 \sin \alpha$

Gesetze der beschleunigten Kreisbewegung

s	Weg auf der Kreisbahn	m
v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
a	Bahnbeschleunigung	m s^{-2}
φ	Drehwinkel	$\text{rad} \equiv 1$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
α	Winkelbeschleunigung	$\text{rad s}^{-2} \equiv \text{s}^{-2}$
t	Zeit	s
φ_0, ω_0, t_0	Anfangswerte von φ, ω, t	
r	Radius der Kreisbahn	m

Für die Bahnbeschleunigung, die Bahngeschwindigkeit und den zurückgelegten Weg auf der Kreisbahn gelten die gleichen Gesetze wie bei der beschleunigten geradlinigen Bewegung (\rightarrow S. 32).

Zwischen Weg und Drehwinkel, Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit sowie Bahnbeschleunigung und Winkelbeschleunigung bestehen folgende Zusammenhänge:

● $s = r\varphi, \quad v = r\omega, \quad a = r\alpha$

Drehwinkel-Zeit-Gesetz

$$(t_0 = 0) \qquad (t_0 \neq 0)$$

● $\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \omega dt, \qquad \varphi = \varphi_0 + \int_{t_0}^t \omega dt$

Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Gesetz

$$(t_0 = 0) \qquad (t_0 \neq 0)$$

● $\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt, \qquad \omega = \omega_0 + \int_{t_0}^t \alpha dt$

φ, ω, α sind zeitabhängig.

Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Kreisbewegung

φ	Drehwinkel	$\text{rad} \equiv 1$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
f	Drehfrequenz (Umdrehungsfrequenz, Drehzahl)	s^{-1}

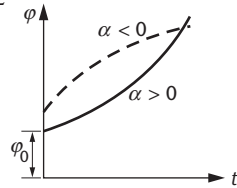
α	Winkelbeschleunigung	$\text{rad s}^{-2} \equiv \text{s}^{-2}$
$\varphi_0, \omega_0, f_0, t_0$	Anfangswerte von φ, ω, f und t	
z	Anzahl der Umdrehungen	1
t	Zeit	s

Für $t_0 = 0$ gelten:

Drehwinkel-Zeit-Gesetz

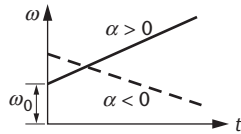
● $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2, \quad \varphi = \varphi_0 + \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$

● $\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{2} (\omega + \omega_0) t$



Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Gesetz

● $\omega = \omega_0 + \alpha t$

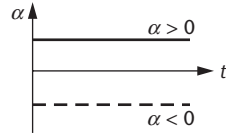


Zeitfreie Gleichung

● $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha(\varphi - \varphi_0)}$

Anzahl der Umdrehungen während der gleichmäßig beschleunigten Kreisbewegung

● $z = \frac{1}{2} (f + f_0) t, \quad z = \frac{\varphi}{2\pi}$



Spezialfälle → S. 38.

Zusammenfassung der Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

$s, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v	Bahngeschwindigkeit (Geschwindigkeit)	m s^{-1}
a	Bahnbeschleunigung (Beschleunigung)	m s^{-2}
φ	Drehwinkel	$\text{rad} \equiv 1$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad s}^{-1} \equiv \text{s}^{-1}$
α	Winkelbeschleunigung	$\text{rad s}^{-2} \equiv \text{s}^{-2}$

Translation	Rotation
-------------	----------

Für $s_0 = 0, v_0 = 0, \varphi_0 = 0$ und $\omega_0 = 0$ bei $t_0 = 0$ gelten folgende Gleichungen:

$s = \frac{1}{2} a t^2$

$\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2$

Translation	Rotation
$s = \frac{1}{2} vt$	$\varphi = \frac{1}{2} \omega t$
$v = at$	$\omega = \alpha t$
$v = \sqrt{2as}$	$\omega = \sqrt{2\alpha\varphi}$

Für $s_0 = 0$, $v_0 \neq 0$, $\varphi_0 = 0$, $\omega_0 \neq 0$ bei $t_0 = 0$ gelten folgende Gleichungen:

$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$s = \frac{1}{2} (v + v_0) t$	$\varphi = \frac{1}{2} (\omega + \omega_0) t$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\varphi}$
$s = vt - \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$

Sind alle Anfangswerte $\neq 0$ (bei $t_0 = 0$), gelten folgende Gleichungen:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$s = s_0 + \frac{1}{2} (v + v_0) t$	$\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{2} (\omega + \omega_0) t$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(s - s_0)}$	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha(\varphi - \varphi_0)}$
$s = s_0 + vt - \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$

Ist r der Radius der Kreisbahn, so gilt:

$$s = r\varphi, \quad v = r\omega, \quad a = r\alpha$$

2.2 Statik starrer Körper

Ebenes zentrales Kraftsystem

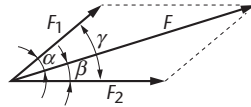
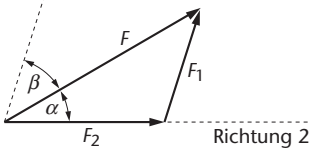
F Kraft
 α, β, γ Winkel

N
 $^{\circ}, \text{rad} \equiv 1$

Addition zweier Kräfte

$$\bullet \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \gamma}$$

Richtung 1



Richtung der Resultierenden

$$\bullet \quad \sin \beta = \frac{F_2}{F} \sin \gamma, \quad \sin \alpha = \frac{F_1}{F} \sin \gamma$$

Zerlegung einer Kraft in zwei Richtungen

$$\bullet \quad F_1 = F \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}, \quad F_2 = F \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

Für $\alpha + \beta = 90^{\circ}$ gilt

$$\bullet \quad F_1 = F \sin \alpha, \quad F_2 = F \cos \alpha$$

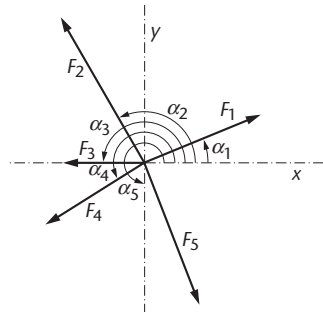
Addition beliebig vieler Kräfte

$$\bullet \quad F_x = \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i$$

$$\bullet \quad F_y = \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i$$

$$\bullet \quad F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\bullet \quad \tan \alpha_F = \frac{F_y}{F_x}$$



Gleichgewicht im ebenen zentralen Kraftsystem

$$\bullet \quad \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i = 0$$

Kraftmoment (Drehmoment)

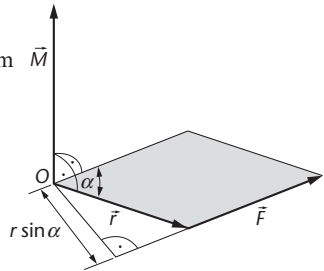
F	Kraft	N
M	Kraftmoment	N m
M_x, M_y, M_z	Beträge der Komponenten des Kraftmoments	N m
\vec{r}	Vektor vom Drehpunkt zum Angriffspunkt der Kraft	m
x, y, z	Beträge der Komponenten des Vektors \vec{r}	m
α	Winkel	°
F_x, F_y, F_z	Beträge der Komponenten der Kraft \vec{F}	N
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	Einheitsvektoren in Richtung der Achsen des Koordinatensystems	1
a	Abstand der Kräfte des Kräftepaars	m

$$\bullet \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad M = Fr \sin \alpha$$

Für ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit dem Ursprung O gilt

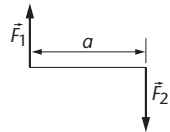
$$\vec{M} = \vec{i}M_x + \vec{j}M_y + \vec{k}M_z$$

$$\vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



Drehmoment eines Kräftepaars (Drehachse beliebig, das Moment steht senkrecht zur Zeichenebene)

$$\bullet \quad M = Fa$$

**Allgemeines ebenes Kraftsystem**

F	Kraft	N
a	Länge des Lotes von der Drehachse auf die Krafrichtung	m
M	Kraftmoment	N m
α	Winkel	°

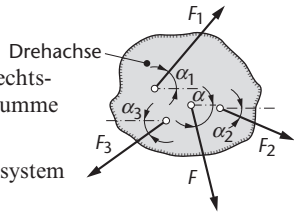
Addition von Kräften:

Betrag und Richtung der Resultierenden ergeben sich wie beim ebenen zentralen Kraftsystem.

Die Lage der Resultierenden erhält man aus dem *Kraftmomentensatz*

- $Fa = \sum_{i=1}^n F_i a_i$

Links-drehende Kräfte sind mit positivem, rechts-drehende mit negativem Vorzeichen in die Summe einzusetzen.



Gleichgewicht im allgemeinen ebenen Kraftsystem (Gleichgewichtsbedingungen)

- $\sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_i a_i = 0$

Gleichgewicht an einem starren Körper, der um eine feste Achse drehbar ist (Hebelgesetz):

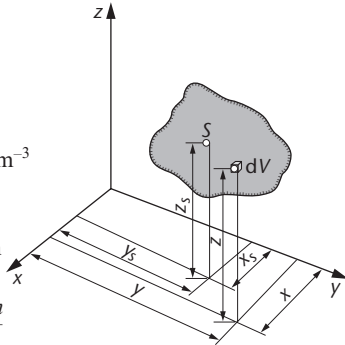
Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der rechts-drehenden Momente gleich der Summe der links-drehenden Momente ist.

- $\sum_{i=1}^n M_i = 0$

Massenmittelpunkt (Schwerpunkt)

$m, V, A \rightarrow$	Benutzungshinweise	
ρ	Dichte	kg m^{-3}
l	Länge	m
x, y, z	Ortskoordinaten	m

Schwerpunkt eines homogenen starren Körpers



- $x_s = \frac{\int \rho x \, dV}{\int \rho \, dV} = \frac{\int x \, dm}{\int dm} = \frac{\int x \, dm}{m}$

- $y_s = \frac{\int \rho y \, dV}{\int \rho \, dV} = \frac{\int y \, dm}{\int dm} = \frac{\int y \, dm}{m}$ $z_s = \frac{\int \rho z \, dV}{\int \rho \, dV} = \frac{\int z \, dm}{\int dm} = \frac{\int z \, dm}{m}$

Schwerpunkt eines Körpers, der aus n Teilkörpern besteht, die die Massen Δm_i und die Schwerpunktkoordinaten x_i, y_i und z_i haben

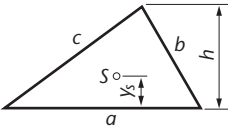
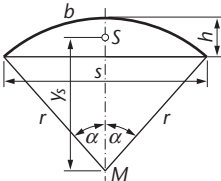
- $x_s = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \Delta m_i}{m}, \quad y_s = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \Delta m_i}{m}, \quad z_s = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \Delta m_i}{m}$

Bei homogenen Körpern kann Δm_i durch ΔV_i und m durch V ersetzt werden.


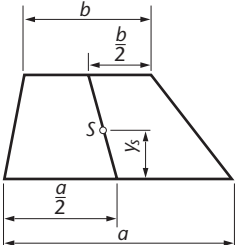
Für *Flächenschwerpunkte* ist an Stelle der Masse m die Fläche A , für *Linien-schwerpunkte* die Länge l zu setzen.



Schwerpunkte von Linien

Linie	Lage des Schwerpunkts
Dreieckumfang	 $y_s = \frac{1}{2} h \frac{b+c}{a+b+c}$
Parallelogrammumfang	im Schnittpunkt der Diagonalen
Kreisbogen	 $y_s = \frac{rs}{b}$ $\alpha = \frac{\pi}{2} : y_s = \frac{2r}{\pi}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} : y_s = \frac{2\sqrt{2}r}{\pi}$ $\alpha = \frac{\pi}{6} : y_s = \frac{3r}{\pi}$

Schwerpunkte von Flächen

Fläche	Lage des Schwerpunkts
Dreieckfläche	 $y_s = \frac{1}{3} h$
Trapez	 $y_s = \frac{1}{3} h \frac{a+2b}{a+b}$

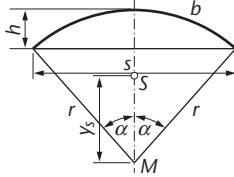
Schwerpunkte von Flächen

Fläche	Lage des Schwerpunkts
--------	-----------------------

Parallelogramm

im Schnittpunkt der Diagonalen

Kreisausschnitt



$$y_s = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha} = \frac{2rs}{3b}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}: y_s = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}: y_s = \frac{4\sqrt{2}r}{3\pi}$$

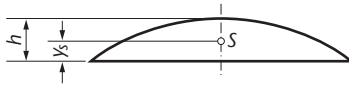
$$\alpha = \frac{\pi}{6}: y_s = \frac{2r}{\pi}$$

Kreisabschnitt
(→ Bild
Kreisausschnitt)

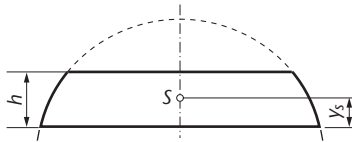
$$y_s = \frac{4r \sin \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)} = \frac{s^3}{12A}$$

A Fläche des Kreisabschnitts

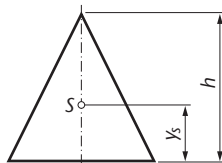
Kugelkappe,
Kugelzone



$$y_s = \frac{h}{2}$$



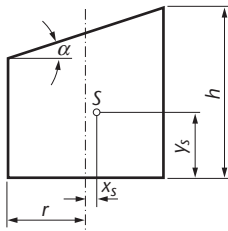
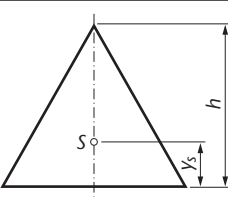
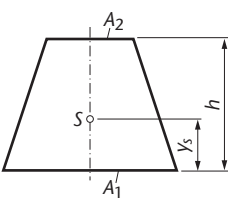
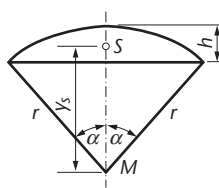
Kegelmantel



$$y_s = \frac{h}{3}$$



Schwerpunkte von Körpern

Körper	Lage des Schwerpunkts
Prisma und Zylinder mit parallelen Endflächen	in der Mitte der geradlinigen Verbindungsstrecke der Schwerpunkte der beiden Endflächen
schief ab- geschnittener Kreiszyliner	 $x_s = \frac{r^2 \tan \alpha}{4h}$ $y_s = \frac{1}{8h} (4h^2 + r^2 \tan^2 \alpha)$
Pyramide und Kegel	 $y_s = \frac{h}{4}$
Pyramiden- und Kegelstumpf	 $y_s = \frac{h (A_1 + 2\sqrt{A_1 A_2} + 3A_2)}{4 (A_1 + \sqrt{A_1 A_2} + A_2)}$
Kugelabschnitt	 $y_s = \frac{3 (2r - h)^2}{4 (3r - h)}$ $\alpha = \frac{\pi}{2} : y_s = \frac{3}{8} r$
Kugelausschnitt (→ Bild Kugelabschnitt)	$y_s = \frac{3}{8} (2r - h)$

Schwerpunkte von Körpern

Körper	Lage des Schwerpunkts
Rotationsparaboloid $z = x^2 + y^2$	$z_s = \frac{h}{3}$ h Höhe des Paraboloids



Flächen(trägheits)moment

I	Flächen(trägheits)moment	m^4
I_s	Flächen(trägheits)moment, bezogen auf eine Achse durch den Schwerpunkt	m^4
I_c	Flächen(trägheits)moment, bezogen auf eine zur Schwerpunktsachse parallele Achse	m^4
x, y	Abstände von den Bezugsachsen	m
A	Fläche	m^2
i	Trägheitsradius	m
a	Abstand der Achse durch den Schwerpunkt von einer beliebigen dazu parallelen Achse	m

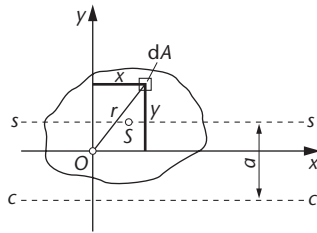
Axiales Flächen(trägheits)moment

Flächen(trägheits)moment, bezogen auf die x -Achse

● $I_x = \int y^2 dA, \quad I_x = \sum_{i=1}^n y_i^2 \Delta A_i$

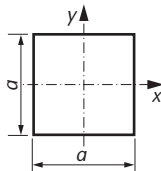
Flächen(trägheits)moment, bezogen auf die y -Achse

● $I_y = \int x^2 dA, \quad I_y = \sum_{i=1}^n x_i^2 \Delta A_i$



Fläche	Flächen(trägheits)moment
--------	--------------------------

Quadrat



$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$

