

Christina Buchner

PÄDAGOGIK *praxis*

Mit Online-  
Materialien

# So lernen alle Kinder rechnen

Mathelust und Denkvergnügen  
in den Klassen 1 und 2



Leseprobe aus: Buchner, So lernen alle Kinder rechnen, ISBN 978-3-407-29223-0

© 2012 Beltz Verlag, Weinheim Basel

<http://www.beltz.de/de/nc/verlagsgruppe-beltz/gesamtprogramm.html?isbn=978-3-407-29223-0>

## EINFÜHRUNG

Rechnen macht mir Spaß und hat mir, soweit ich zurückdenken kann, auch immer Spaß gemacht. Als kleines Kind liebte ich es, Dinge zu zählen: die Äpfel in der Küche, die Eier für den Kuchen, die Schrauben in der Werkstatt meines Vaters, die Hühner hinter dem Haus.

Mit fünf Jahren hatte ich einen massiven Infekt, und jeden Abend kam unser Hausarzt, um mir eine Penicillinspritze zu geben. Ich besaß einen Abakus mit hundert Perlen und durfte dem Doktor, nachdem er mir die Spritze gegeben hatte, öfter »vorzählen«. Das konnte ich damals mithilfe meines Abakus bis hundert. Der Doktor, der schon bei meiner Geburt geholfen hatte und mich buchstäblich von der Stunde null an kannte, saß geduldig an meinem Bett, hörte sich die Zahlenlitanei an und lobte mich.

Hausärzte dieser Art sind heute verschwunden, der Kuchen kommt inzwischen oft als Fertigpulver zum Anrühren aus der Schachtel, und auch Hühner, die unter Obstbäumen nach Würmern scharren, sind selten geworden.

Aber Zahlen gibt es nach wie vor, Zahlen, die auch für kleine Kinder bereits etwas Magisches besitzen, deren Erwerb mit Aufregung und Entdeckerfreude verbunden sein kann – wenn das auf eine Art geschieht, die dem kindlichen Denken liegt, die Raum lässt für Fantasie und eigenes Ausprobieren, die ein individuelles Lerntempo ermöglicht.

Zahlen kann man lieb haben, mit Leben füllen, man kann eine Beziehung zu ihnen aufbauen. Meine erklärte Lieblingszahl ist die Neun. Ich mag zwar auch die Drei und die Sieben gern, aber die Neun ist mir bei Weitem am liebsten. Auch bei meinen Schülern stelle ich Vorlieben für bestimmte Zahlen fest. Das halte ich für ein Zeichen, dass es sehr wohl möglich ist, sich auch dem Thema Rechnen emotional verbunden zu fühlen.

Ich finde sogar, dass Mathematik das am stärksten gefühlsbetonte Fach von allen ist. Nie habe ich meine Schüler so hingeeben an eine Tätigkeit, voller Lust am Entdecken und voller Freude am Tun erlebt wie beim Rechnen. Das halten Sie nun möglicherweise für eine grobe Übertreibung. Wahrscheinlich machen Sie in Ihrer Klasse ganz andere Erfahrungen: Die Schüler wollen nicht denken, klammern sich an mechanische Lösungsverfahren, arbeiten lustlos mit Material.

Zumindest ist es das, was mir von meinem Rechenunterricht früherer Jahre noch sehr deutlich in Erinnerung ist. Damals war ich schier am Verzweifeln ob der Denkfaulheit meiner Schüler und ihrer Unfähigkeit und Unlust, Probleme systematisch anzugehen. Während mir in anderen Fächern jedoch sehr schnell Möglichkeiten ein-

fielen, wie ich trockenen Stoff mit Leben füllen und ineffektive Methoden durch sinnvolle ersetzen konnte, fühlte ich mich gerade beim Rechnen, das mir selbst so viel Spaß machte, hilflos.

Besonders deutlich wurde mir das, als ich nach zehnjähriger Hauptschulzeit eine erste Klasse übernahm. Wie langweilig und mühsam war es, sich durch das Rechenbuch zu quälen! Gerne hätte ich alles ganz anders gemacht, aber ich wusste nicht, wie. Mir fehlte die zündende Idee.

Die erhielt ich eines Tages ganz unverhofft und plötzlich, als mir das »Handbuch produktiver Rechenübungen« von Erich Ch. Wittmann und Gerhard N. Müller bei meiner Suche nach Anregungen unterkam (Wittmann/Müller 1990). Ich las dort über den herkömmlichen Rechenunterricht Aussagen, die mir aus der Seele sprachen. Nur einige davon will ich hier anführen:

- Die Kinder werden im Anfangsunterricht durch das lange Verweilen in kleinen Zahlenräumen unterfordert und demotiviert.
- Das zu rasche Einführen der Rechenzeichen Plus, Minus und des Gleichheitszeichens führt andererseits aber zur Überforderung.
- Denken und Rechnen werden entkoppelt.

So wurde die Lektüre dieses Handbuches für mich zu einem regelrechten »Erleuchtungserlebnis«. Ständig kamen mir neue Querverbindungen zu meiner mathematischen Alltagserfahrung in den Sinn, und ich hatte das Gefühl, mit einem Schlag alle meine Probleme in den Griff bekommen zu können. Ich begann auf der Stelle, das Konzept meines Unterrichts grundlegend zu verändern. Dabei hielt ich mich zunächst sehr genau an die Vorschläge des Handbuches. Die positiven Erfahrungen, die ich damit machte, ermutigten mich, und ich begann bald, eigene Wege zu gehen.

Ich erfand Geschichten und Figuren, die den Kindern halfen, abstrakte Sachverhalte mit Bildern und Handlungen zu verknüpfen und sie so wirklich zu begreifen, und entwickelte Anschauungsmodelle, die nicht auf mechanisches und zählendes Arbeiten setzen, sondern strukturiertes und planvolles Vorgehen zwingend erfordern.

Seit 20 Jahren arbeite ich nun mit meinem Mathematiklehrgang und habe in dieser Zeit zahlreiche Seminare für Lehrer und Therapeuten gehalten. Es macht mir Freude, wenn ich immer wieder die Rückmeldung bekomme, dass auch hoffnungslos scheinende Fälle plötzlich »Land in Sicht« sehen, wenn sie Gelegenheit bekommen, mit dem Rechenmaterial so intensiv zu handeln, dass sie eine Vorstellung dieses Handelns aufbauen können. Besondere Freude aber bereitet mir nach wie vor meine eigene Arbeit mit den Kindern und die täglich aufs Neue selbst gemachte Erfahrung, dass jedes Kind rechnen lernen kann.

Seit der ersten Fassung dieses Buches habe ich selbst noch vieles dazugelernt, das in diese neue, überarbeitete Fassung eingeflossen ist. An den grundlegenden Prinzipien hat sich jedoch nichts geändert. Diese haben sich in vielen Hundert lustvollen Mathestunden bewährt.

Die Besonderheit meines didaktischen Ansatzes zeigt sich in drei Bereichen:

- Er bietet sehr einfache und zwingende Anschauungs- und Erklärungsmodelle, mit denen einige mathematische Klippen, wie zum Beispiel der Zehnerübergang, das Wesen der Umkehraufgaben oder Multiplikation und Division, gut bewältigt werden können.
- Die emotionale Dimension spielt eine wichtige Rolle, nicht nur beim Einsatz der verschiedenen Szenarien mit Fünferräuber, Zehnerliesel, dem Krokodil Schnappi und dem Schnackelfischer, sondern auch bei vielen konkreten Handlungsmöglichkeiten.
- Schließlich bezieht er in alle Planungen auch das Kind, das rechnen lernen soll, mit ein. Vor allem für die erste Klasse werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie über gezieltes Trainieren basaler Sinnes- und Funktionsbereiche die Grundlagen für mathematisches Verständnis verbessert werden können.

Gerade diese Verzahnung von kindlicher Entwicklung mit anschaulicher und »begreifbarer« Rechenmethodik ist es, die uns die Möglichkeit an die Hand gibt, Kindern mehr zu vermitteln als den platten Rat »Dann musst du eben mehr üben!«. Natürlich müssen manche Kinder mehr üben als andere, und natürlich ist gerade beim Rechnen häufiges und konsequentes Üben unerlässlich. Aber wenn das alles ist, was wir Kindern und Eltern raten können, dann ist das zu wenig. Um wie viel aufregender und befriedigender wird hingegen unsere Arbeit, wenn wir professionell und fundiert Hintergründe aufzeigen und Lösungsmöglichkeiten anbieten können.

Eine weitere Besonderheit hat mein Ansatz noch, eine Besonderheit, die weder auf das Wissen um den didaktischen Aufbau des Unterrichts noch auf neurologische Voraussetzungen für erfolgreiches Lernen abzielt: Es geht dabei um Ihre Lehrerpersönlichkeit. Von Ihrer Einstellung zum Fach Mathematik hängen viele unausgesprochene Botschaften ab, die weit mehr Einfluss haben, als wir uns auf Anhieb vorstellen können. Deshalb werden Sie in diesem Buch abschließend auch noch einen Abschnitt finden, in dem weder der Stoff noch der didaktische Aufbau noch das Kind im Mittelpunkt stehen, sondern Sie selbst als Lehrer.

So sind es drei Aspekte, mit denen wir uns hier beschäftigen:

- der Stoff
- das Kind
- der Lehrer

Diese Bereiche durchdringen und beeinflussen einander.



Die Bereiche »Kind« und »Stoff« sind uns verhältnismäßig leicht zugänglich, weil sie sich uns über professionelles Wissen, also über den Kopf, erschließen.

Schwieriger wird es, wenn es um uns selbst als Lehrer geht – dann kommt nämlich eine emotionale Dimension ins Spiel: Geschichten und zündende Handlungsentwürfe müssen mit Leben erfüllt sein. Wer selbst nicht in der Lage ist, sich mit den Kindern zu freuen, wird in der Klasse nicht die Stimmung erzeugen können, die mitreißt. Damit sind wir bei der Lehrerpersönlichkeit.

Es geht dabei um mehr als bloßes »Kopfdenken«. Wenn wir uns selbst zum Thema machen, unsere Art, Wissen zu vermitteln und Lernprozesse anzukurbeln, dann werden wir konfrontiert mit unserer eigenen Entwicklungsgeschichte, unserem Selbstverständnis als Lehrer und unserer Fähigkeit und Bereitschaft, als wünschenswert erkannte Veränderungen auch wirklich in die Tat umzusetzen. Nicht unser Intellekt wird hier angesprochen, sondern unsere Emotionalität. Wir könnten auch sagen: Nicht der Kopf, sondern der Bauch hat das Sagen.

Es ist wesentlich einfacher, das methodische Vorgehen im Unterricht zu ändern als die eigene Einstellung. Deshalb ist es auch richtig und legitim, zuerst mit kleinen und konkret nachvollziehbaren Veränderungen anzufangen.

Je mehr positive Erfahrungen Sie im Unterricht machen, desto mehr werden Sie auch an sich selbst feststellen, dass Ihnen das Unterrichten Freude vermittelt: zuerst wahrscheinlich nur die Freude über geglückte Mathestunden. Nach und nach wird sich aber – davon bin ich überzeugt – Freude an der Sache »einschleichen«, Freude an mathematischen Modellen, Spaß an Denkspielen, Begeisterung für das Erforschen von Zusammenhängen.

Und auch wenn Sie bisher zu den Menschen gehören, die in der eigenen Schulvergangenheit Mathematik als abschreckend erlebt haben, oder zu jenen, die, wie ich früher, Mathematik nur ungern und mit dem Bewusstsein eigener Unzulänglichkeit unterrichten, werden Sie wahrscheinlich dennoch eines Tages verwundert feststellen: Mathematik ist einfach toll!

Die vier Aufbau- und Verinnerlichungsstufen mathematischer Operationen nach Hans Aebli (2011, S. 239 ff.):

Stufe	auf dieser Stufe benötigte Fähigkeiten	mögliche Störfaktoren
<p><b>konkretes Handeln</b>                      mit konkretem Material, wirklichen Gegenständen oder manipulierbaren Gegenstandssymbolen</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Handeln in einem räumlichen Bezugsrahmen</li> <li>• Orientierung im Raum</li> <li>• Erkennen wichtiger Merkmale und Unterscheiden einzelner Bestandteile vollzogener Handlungen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• grobmotorische Schwierigkeiten</li> <li>• Störungen der taktil-kinästhetischen Wahrnehmung,</li> <li>• unzureichende visuelle Wahrnehmung (Figur-Grund-Wahrnehmung und Wahrnehmungskonstanz)</li> </ul>
<p><b>bildliche Darstellung</b>                      einer Handlung, Abbildung aus dem Gedächtnis, Handeln nach einer Abbildung</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erfassen einzelner Bildbestandteile und Einordnen in einen Zusammenhang</li> <li>• Im-Gedächtnis-Behalten einzelner Bestandteile</li> <li>• Bildverständnis</li> <li>• Vorstellungsfähigkeit</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• visuelle Wahrnehmungsschwäche (Figur-Grund-Wahrnehmung)</li> <li>• zu geringes visuelles Gedächtnis</li> <li>• mangelndes Bildverständnis</li> <li>• fehlende Vorstellungsfähigkeit</li> </ul>
<p><b>Symbolisierung</b>                      Darstellen einer Operation durch eine Zifferngleichung</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Übertragen konkreter Inhalte in eine symbolische Repräsentation</li> <li>• Wissen um die Bedeutung der Rechenzeichen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mangelnde visuelle Vorstellungsfähigkeit</li> <li>• Unfähigkeit, in der Vorstellung Veränderungen vorzunehmen</li> </ul>
<p><b>Automatisierung</b>                      Logische Bausteine werden auswendig gespeichert</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Abrufen von Assoziationen zu Aufgaben</li> <li>• Speichern von Rechenergebnissen</li> <li>• gründliches Üben von Grundaufgaben</li> <li>• Verbindung von Grundaufgaben mit weiterführenden Rechnungen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mangelndes Assoziationsgedächtnis</li> <li>• allgemeine Gedächtnisschwäche</li> <li>• schwache Stützfunktionen wie Fleiß, Ausdauer, Gewissenhaftigkeit</li> <li>• beziehungsloses Speichern von Einzelheiten</li> </ul>

## 4.1 QUERVERBINDUNGEN ZUM ZAHLENBUCH 2

Thema	Fundstelle im Zahlenbuch 2
Wiederholung 1. Klasse	S. 8–9
Grundaufgaben	S. 4–5
zweistellige Zahlen	S. 10, S. 13, S. 18–19
Hunderteraufbau	S. 17
Hundertertafel	S. 20
Wege auf der Hundertertafel	S. 20–21
Plus und Minus mit vollen Zehnern	S. 16–17, S. 32, S. 37
Plus und Minus zweistellig ohne Zehnerübergang	S. 40–41, S. 50–51
Rechengeschichten	S. 26, S. 35

## 4.2 ELTERNARBEIT

Auch in der 2. Klasse halte ich drei Mathe-Elternabende und gebe wieder Broschüren zum Nachlesen aus. Am ersten Elternabend werden sowohl die laufende Mathearbeit erklärt als auch das, was in nächster Zeit kommen wird. Die Eltern sollen wieder Bescheid wissen, um ihre Kinder gut begleiten zu können.



Die Kopiervorlage findet sich wieder unter [www.beltz.de](http://www.beltz.de) zum Download.

## 5 WEITERFÜHRENDES RECHNEN IM HUNDERTERRAUM

### 5.1 SCHNACKELZAHLEN UND SCHNACKELFISCHER

Bevor wir zum nächsten Schwierigkeitsgrad, dem Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen mit Zehnerübergang, kommen, sollen noch einmal die Gesetzmäßigkeiten reflektiert werden, nach denen bei einer Rechnung die Zehnergrenze schon oder nicht überschritten wird.

#### WANN »SCHNACKELT« ES?

Für Nichtbayern und Nichtösterreicher muss der Begriff »schnackeln« hier kurz erläutert werden. Er wird in verschiedenen Zusammenhängen verwendet und bedeutet beispielsweise:

- mit den Fingern schnalzen, wie es die Kinder in der Schule machen, wenn sie die Aufmerksamkeit des Lehrers erregen wollen
- mit der Zunge schnalzen
- mit dem Fuß seitlich umknicken – umschnackeln

- überspringen, wie beispielsweise ein Zähler, der von 432, 9 auf 433 oder von 999 auf 1000 springt, also »umschnackelt«

Außerdem:

- Wer etwas verstanden hat, bei dem hat's »g'schnackelt«.
- Schluckauf heißt im Bairischen »Schnackler«.

Kein Wort kann für mich so gut verdeutlichen, was passiert, wenn durch eine Rechnung plötzlich ein Zehner mehr oder weniger da ist, wenn die Zehnerstelle in der einen oder anderen Richtung »umschnackelt«. Dieses Schnackeln geschieht unvermittelt, quasi ohne Vorwarnung.

## ES SCHNACKELT BEIM ADDIEREN

Bei  $85 + 4$  schnackelt es noch nicht, wohl aber bei  $85 + 5$ .

Um das bewusst zu machen, schreibe ich mehrere Kolonnen von Aufgaben an die Tafel:

$85 + 1 = 86$	$37 + 1 = 38$	$23 + 1 = 24$
$85 + 2 = 87$	$37 + 2 = 39$	$23 + 2 = 25$
$85 + 3 = 88$	$37 + 3 = 40$	$23 + 3 = 26$
$85 + 4 = 89$	$37 + 4 = 41$	$23 + 4 = 27$
$85 + 5 = 90$	$37 + 5 = 42$	$23 + 5 = 28$
$85 + 6 = 91$	$37 + 6 = 43$	$23 + 6 = 29$
$85 + 7 = 92$	$37 + 7 = 44$	$23 + 7 = 30$
$85 + 8 = 93$	$37 + 8 = 45$	$23 + 8 = 31$
$85 + 9 = 94$	$37 + 9 = 47$	$23 + 9 = 32$

Die erste »Schnackel-Aufgabe« wird in jeder Kolonne farbig gekennzeichnet, und die Kinder sollen herausfinden, warum ich gerade diese Aufgaben hervorgehoben habe. Sie finden die Erklärung schnell: Da wird ein neuer Zehner voll, da springt's um, da gibt es eine neue Sackzahl, kurz: *Es schnackelt*.

Wir formulieren miteinander die Regel: Es schnackelt immer dann, wenn die beiden Kugelzahlen (Einerzahlen) miteinander einen Zehner oder mehr ergeben.

Nun ordnen wir verschiedene Aufgaben nach solchen, bei denen es schon schnackelt, und solchen, bei denen es nicht schnackelt:

$16 + 7$	$21 + 3$	$45 + 4$	
$36 + 6$	$58 + 3$	$67 + 2$	$89 + 3$



Hier schnackelt es	Hier schnackelt es nicht
$16 + 7 = 23$	$21 + 3 = 24$
$36 + 6 = 42$	$45 + 4 = 49$
$58 + 3 = 61$	$67 + 2 = 69$
$89 + 3 = 92$	

## ES SCHNACKELT BEIM SUBTRAHIEREN

Nach dem gleichen Prinzip wird das »Gesetz des Schnackelns« beim Subtrahieren ergründet.

$65 - 1 = 64$	$37 - 1 = 36$	$52 - 1 = 51$
$65 - 2 = 62$	$37 - 2 = 35$	$52 - 2 = 50$
$65 - 3 = 62$	$37 - 3 = 34$	$52 - 3 = 49$
$65 - 4 = 61$	$37 - 4 = 34$	$52 - 4 = 48$
$65 - 5 = 60$	$37 - 5 = 32$	$52 - 5 = 47$
$65 - 6 = 59$	$37 - 6 = 31$	$52 - 6 = 46$
$65 - 7 = 58$	$37 - 7 = 30$	$52 - 7 = 45$
$65 - 8 = 57$	$37 - 8 = 29$	$52 - 8 = 44$
$65 - 9 = 56$	$37 - 9 = 28$	$52 - 9 = 43$

Auch hier wird die erste »Schnackel-Aufgabe« in jeder Kolonne farbig gekennzeichnet. Erklärungen für das Schnackeln: Da müssen wir einen Zehnersack aufmachen, es wird ein Zehner weniger, es springt auf einen Zehner weniger, es »schnackelt« eben!

Hier heißt die Regel (unter Bezugnahme auf unsere Farben Rot, Gelb, Orange): Es schnackelt immer dann, wenn die Kugelzahl, die wir abziehen, mindestens um eins größer ist als die der orangefarbenen Zahl:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Orange} & - & \text{Rot} & = & \text{Gelb} \\ 65 & - & 5 & = & 60 \end{array}$$

Die beiden Kugelzahlen sind gleich groß. Es »schnackelt« noch nicht.

$$\begin{array}{ccccc} \text{Orange} & - & \text{Rot} & = & \text{Gelb} \\ 65 & - & 6 & = & 59 \end{array}$$

Die rote Kugelzahl ist um eins größer als die orange. Es schnackelt!

Nun ordnen wir wieder verschiedene Aufgaben nach solchen, bei denen es schon, und solchen, bei denen es nicht schnackelt:

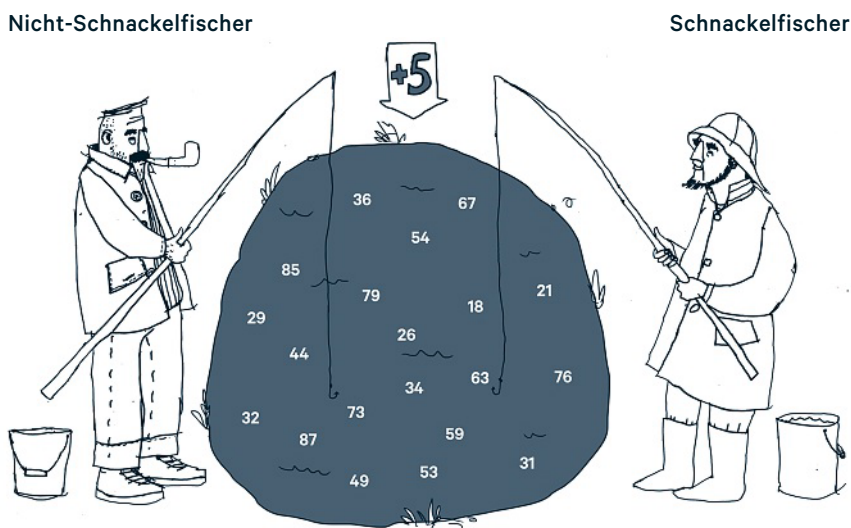
$23 - 5$	$65 - 2$	$82 - 3$	$29 - 5$
$45 - 4$	$72 - 4$	$37 - 9$	$56 - 3$

Hier schnackelt es	Hier schnackelt es nicht
23 - 5	65 - 2
82 - 3	45 - 4
72 - 4	56 - 3
37 - 9	29 - 5

Der Schnackelfischer fischt um die Wette

Die »Schnackelfischer-Aufgaben« machen meinen Schülern immer besonderen Spaß. Das Prinzip ist einfach: In einem Teich schwimmen Zahlen. Der Teich selbst hat einen Namen, z. B.: + 5. Ein großes, blaues Tuch auf dem Boden stellt den Teich dar. Der Operator – hier »+ 5« – wird auf ein Blatt geschrieben und dazugelegt.

Zwei Fischer stehen am Ufer und werfen ihre Angeln aus. Der eine ist der »Schnackelfischer«. Er angelt sich alle Zahlen, bei denen es »schnackelt«, wenn der Rechenoperator + 5 eingesetzt wird. Der andere ist der »Nicht-Schnackelfischer«. Er holt sich alle Zahlen, bei denen es in Verbindung mit dem Operator + 5 nicht schnackelt. Jeder der beiden Fischer hat einen Eimer (Mörteleimer aus dem Baumarkt), der ein Schild trägt: »Schnackelfischer« oder »Nicht-Schnackelfischer«. Welcher der beiden gewinnt das Wettfischen?

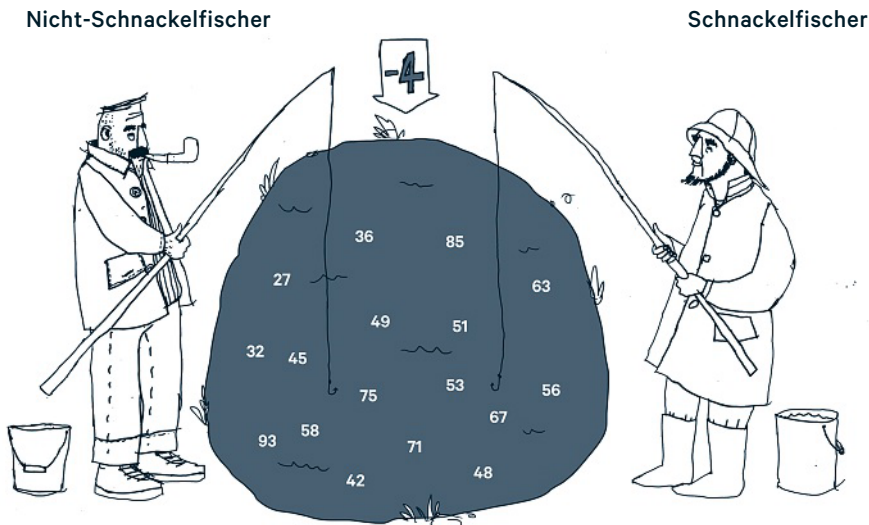


Der Ausgang ist klar: Gewonnen hat der »Schnackelfischer«.

Genauso gut kann auch in einem Teich mit einem Minus-Operator gefischt werden. Hier schnackelt es aber erst, wenn der Operator um eines größer als die Einerzahl des Minuenden ist, denn erst dann wird ein Zehnersack geöffnet. Das Abräumen aller Einer bis zum vollen Zehner genügt nicht.

$67 - 7 = 60$  Wir haben genau einen runden Zehner, es »schnackelt« noch nicht.

$67 - 8 = 59$  Nun erst muss der Zehnersack geöffnet werden, es »schnackelt«.



Hier gibt es mehr Zahlen, die bei der Rechnung  $-4$  nicht auf einen neuen Zehner überspringen (die also nicht »schnackeln«), als solche, bei denen das der Fall ist. Deshalb hat jetzt der »Nicht-Schnackelfischer« gewonnen.

### SCHNACKEL-TABELLEN

Gesetzmäßigkeiten werden besonders deutlich sichtbar, wenn systematisch alle möglichen Aufgaben aufgeschrieben und gerechnet werden.

Sämtliche Möglichkeiten für das Überschreiten von Zehnergrenzen beim Addieren und Subtrahieren lassen sich in einer Tabelle aufzeigen, die alle Einerzahlen eines bestimmten Zehners mit allen Subtrahenden oder Summanden von 1 bis 10 kombiniert.

Am Beispiel der Vierzigerzahlen sehen Sie hier eine Schnackeltabelle für Plusaufgaben:

(Hierfür werden wieder – wie bei der Tabelle auf S. 151 – zwei quer genommene DIN-A4-Blätter zusammengeklebt.)