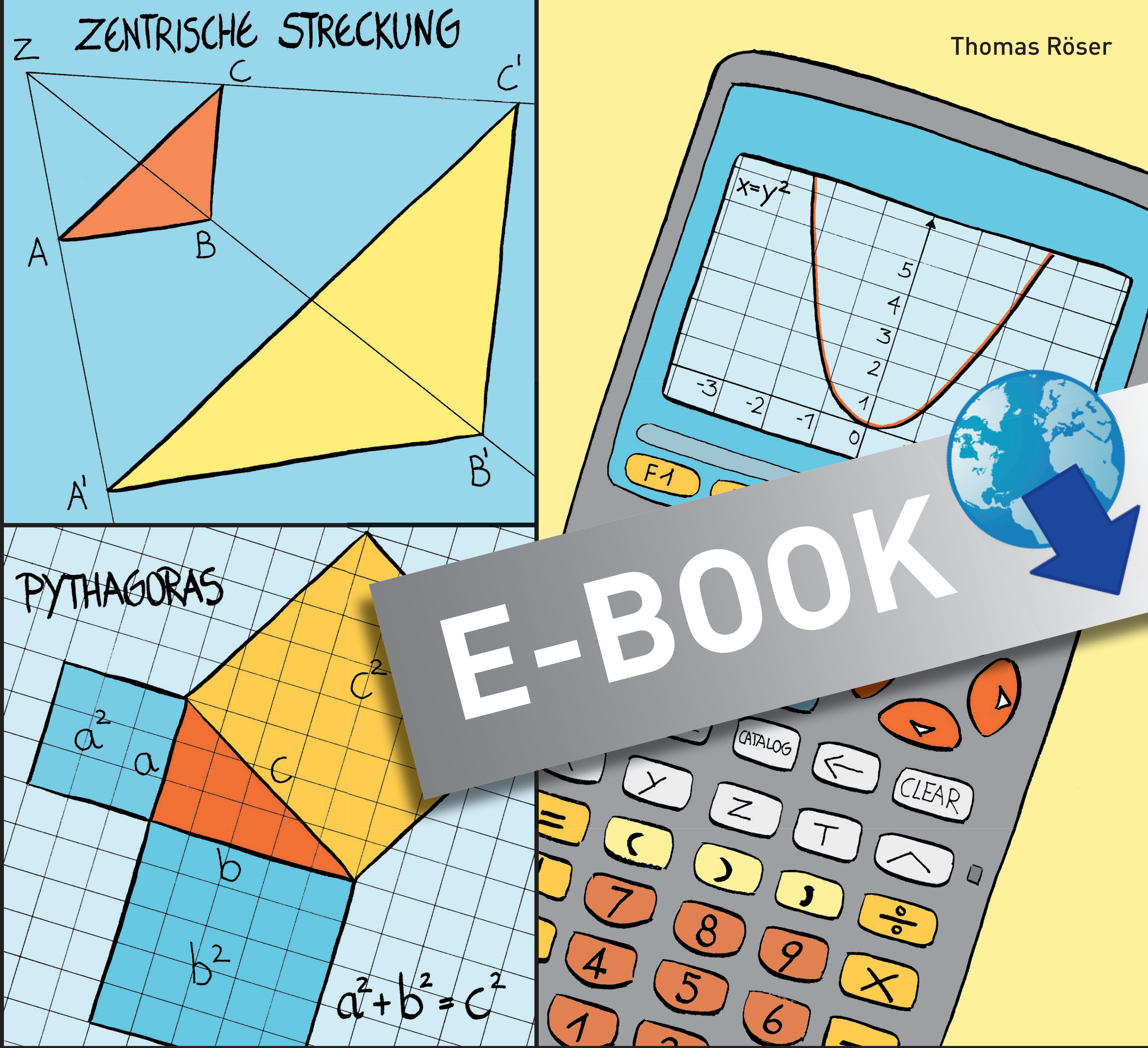
Thomas Röser




Bergedorfer Unterrichtsideen

Bergedorfer Lernstationen

# Stationenlernen
# Mathematik 9. Klasse

Reelle Zahlen – Gleichungen – Pythagoras – zentrische Streckung – quadratische Funktionen

9. Klasse

PERSEN

Thomas Röser

# Stationenlernen Mathematik

## Reelle Zahlen – Gleichungen – Pythagoras – zentrische Streckung – quadratische Funktionen

9. Klasse

PERSEN

**Der Autor:**

**Thomas Röser** ist ein erfahrener Realschullehrer. Er hat zahlreiche Fachpublikationen veröffentlicht.

**Der Herausgeber:**

**Frank Lauenburg** studierte Geschichte und Sozialwissenschaften auf Lehramt für Gymnasium an der Universität in Rostock und arbeitet zur Zeit am Erasmus-Gymnasium in Grevenbroich.



Coverillustration: Mele Brink
Konstruktionen: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth

ISBN 978-3-403-53521-8

www.persen.de

# Vorwort

# I – Theorie: Zum Stationenlernen

## 1. Einleitung: Stationenlernen, was ist das?

Unsere Gesellschaft wird seit geraumer Zeit durch Begriffe der Individualisierung gekennzeichnet: Risikogesellschaft heißt es bei Ulrich Beck[1], Multioptionsgesellschaft nennt sie Peter Gross[2] und für Gerhard Schulze ist es eine Erlebnisgesellschaft[3]. Jeder Begriff beinhaltet einen anderen inhaltlichen Schwerpunkt, doch egal, wie wir diesen Prozess bezeichnen, die Individualisierung – hier zu verstehen als Pluralisierung von Lebensstilen – schreitet voran. Damit wird die Identitäts- und Sinnfindung zu einer individuellen Leistung. Diese Veränderungen wirken sich zwangsläufig auch auf die Institution Schule aus. Damit lässt sich vor allem eine Heterogenität von Lerngruppen hinsichtlich der Lernkultur, der Leistungsfähigkeit sowie der individuellen Lernwege feststellen. Darüber hinaus legt beispielsweise das Schulgesetz Nordrhein-Westfalen im § 1 fest, dass: „Jeder junge Mensch […] ohne Rücksicht auf seine wirtschaftliche Lage und Herkunft und sein Geschlecht ein Recht auf schulische Bildung, Erziehung und individuelle Förderung“ hat. Das klingt nach einem hehren Ziel – die Frage ist nur, wie wir dieses Ziel erreichen können?

Ich möchte an dieser Stelle festhalten, dass es nach meiner Einschätzung nicht das pädagogische Allheilmittel gibt, welches wir nur einsetzen müssten und damit wären alle (pädagogischen) Probleme gelöst – trotz alledem möchte ich an dieser Stelle die Methode des Stationenlernens präsentieren, da diese der Individualisierung Rechnung tragen kann.

### *Merkmale des Stationenlernens*

„‚Lernen an Stationen‘ bezeichnet die Arbeit mit einem aus verschiedenen Stationen zusammengesetzten Lernangebot, das eine übergeordnete Problematik differenziert entfaltet.“[4] Schon an dieser Stelle wird offensichtlich, dass für diese Methode unterschiedliche Begriffe verwendet werden. Jedem Terminus wohnt eine (mehr oder weniger) anders geartete organisatorische Struktur inne. In den meisten Fällen werden die Begriffe Lernen an Stationen und Stationenlernen synonym verwendet. Hiervon werden die Lernstraße oder der Lernzirkel unterschieden. Bei diesen beiden Varianten werden in der Regel eine festgelegte Reihenfolge sowie die Vollständigkeit des Durchlaufs aller Stationen verlangt. Daraus ergibt sich zwangsläufig (rein organisatorisch) auch eine festgelegte Arbeitszeit an der jeweiligen Station. Eine weitere Unterscheidung bietet die Lerntheke, an welcher sich die Schülerinnen und Schüler mit Material bedienen können, um anschließend wieder (meist eigenständig) an ihren regulären Plätzen zu arbeiten.

Von diesen Formen soll das Lernen an Stationen bzw. das Stationenlernen abgegrenzt werden. Diese Unterrichtsmethode ist hier zu verstehen als ein unterrichtliches Verfahren, bei dem der unterrichtliche Gegenstand so aufgefächert wird, dass die einzelnen Stationen unabhängig voneinander bearbeitet werden können – die Schülerinnen und Schüler können die Reihenfolge der Stationen somit eigenständig bestimmen; sie allein entscheiden, wann sie welche Station bearbeiten wollen. Damit arbeiten die Lernenden weitgehend selbstständig und eigenverantwortlich (bei meist vorgegebener Sozialform, welche sich aus der Aufgabenstellung ergeben sollte). Um der Heterogenität Rechung zu tragen, werden neben den Pflichtstationen, die von allen bearbeitet werden müssen, Zusatzstationen angeboten, die nach individuellem Interesse und Leistungsvermögen ausgewählt werden können.

Aufgrund der Auffächerung des Gegenstandes in unterschiedliche Schwerpunkte und der Unterteilung in Pflicht- und Zusatzstationen, bietet es sich an, bei der Konzeption der einzelnen Stationen unterschiedliche Lernzugänge zu verwenden. Auch hier wäre eine weitere schülerspezifischere Differenzierung denkbar. Folglich ist es möglich, einen

[1] Vgl.: Beck, Ulrich: Risikogesellschaft – Auf dem Weg in eine andere Moderne. Berlin 1986.
[2] Vgl.: Pongs, Armin; Gross, Peter: Die Multioptionsgesellschaft. In: Pongs, Armin (Hrsg.): In welcher Gesellschaft leben wir eigentlich? – Gesellschaftskonzepte im Vergleich, Band I. München 1999, S. 105–127.
[3] Vgl.: Schulze, Gerhard: Die Erlebnisgesellschaft – Kultursoziologie der Gegenwart. Frankfurt/Main, New York 1992.
[4] Lange, Dirk: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/2010, S. 4.

inhaltlichen Schwerpunkt bspw. einmal über einen rein visuellen Text, zweitens mithilfe eines Bildes/einer Karikatur und drittens über ein akustisches Material anzubieten, und die Lernenden dürfen frei wählen, welchen Materialzugang sie verwenden möchten, jedoch unter der Prämisse, einen zu bearbeiten.

Unter diesen Gesichtpunkten wird offensichtlich, dass das Stationenlernen eine Arbeitsform des offenen Unterrichtes ist.

### *Ursprung des Stationenlernens*

Die Idee des Zirkulierens im Lernablauf stammt ursprünglich aus dem Sportbereich. Das „circuit training", von Morgan und Adamson 1952 in England entwickelt, stellt im Sportbereich den Sportlern unterschiedliche Übungsstationen zur Verfügung, welche sie der Reihe nach durchlaufen müssen. Der Begriff Lernen an Stationen wurde hingegen von Gabriele Faust-Siehl geprägt, die hierzu ihren gleichnamigen Aufsatz in der Zeitschrift „Grundschule" 1989 publizierte.[5]

### *Der Ablauf des Stationenlernens*

Für die Gestaltung und Konzeption eines Stationenlernens ist es entscheidend, dass sich der unterrichtliche Gegenstand in verschiedene Teilaspekte aufschlüsseln lässt, die in ihrer zu bearbeitenden Reihenfolge unabhängig voneinander sind. Damit darf jedoch die abschließende Bündelung nicht unterschlagen werden. Es bietet sich daher an, eine übergeordnete Problematik oder Fragestellung an den Anfang zu stellen, welche zum Abschluss (dieser ist von der methodischen Reflexion zu unterscheiden) erneut aufgegriffen wird.

Der eigentliche Ablauf lässt sich in der Regel in vier Phasen unterteilen: 1. Die thematische und methodische Hinführung – hier wird den Schülerinnen und Schülern einerseits eine inhaltliche Orientierung geboten und andererseits der Ablauf des Stationenlernens erklärt. Sinnvoll ist es an dieser Stelle gemeinsam mit den Lernenden die Vorteile, aber auch mögliche Schwierigkeiten der Methode zu besprechen. Hierauf folgt 2. ein knapper Überblick über die eigentlichen Stationen – dieser Überblick sollte ohne Hinweise der Lehrperson auskommen. Rein organisatorisch macht es daher Sinn, den jeweiligen Stationen feste (für die Lernenden nachvollziehbare) Plätze im Raum zuzugestehen. 3. In der sich anschließenden Arbeitsphase erfolgt ein weitgehend selbstständiges Lernen an den Stationen. In dieser Phase können – je nach Zeit und Bedarf – Plenumsgespräche stattfinden. Zur weiteren Orientierung während der Arbeitsphase sollten zusätzliche Materialien, wie Laufzettel, Arbeitspässe, Fortschrittslisten o. Ä. verwendet werden. Diese erleichtern den Ablauf und geben den Lernenden eine individuelle Übersicht über die bereits bearbeiteten und noch zur Verfügung stehenden Stationen. Bei einem solchen Laufzettel sollte auch eine Spalte für weitere Kommentare, welche später die Reflexion unterstützen können, Platz finden. Darüber hinaus kann von den Schülerinnen und Schülern ein Arbeitsjournal, ein Portfolio oder auch eine Dokumentenmappe geführt werden, um Arbeitsergebnisse zu sichern und den Arbeitsprozess reflektierend zu begleiten. Ein zuvor ausgearbeitetes Hilfesystem kann den Ablauf zusätzlich unterstützen, indem Lernende an geeigneter Stelle Hilfe anbieten oder einfordern können. Am Ende schließt sich 4. eine Reflexionsphase (auf inhaltlicher und methodischer Ebene) an.

### *Die Rolle der Lehrkraft beim Stationenlernen*

Als allererstes ist die Lehrperson – wie bei fast allen anderen Unterrichtsmethoden auch – „Organisator und Berater von Lernprozessen"[6]. Sie stellt ein von den Lernenden zu bearbeitendes Material- und Aufgabenangebot zusammen. Der zentrale Unterschied liegt jedoch darin, dass sie sich während des eigentlichen Arbeitsprozesses aus der frontalen Position des Darbietens zurückzieht. Die Lehrkraft regt vielmehr an, berät und unterstützt. Dies bietet dem Lehrer/der Lehrerin viel stärker die Möglichkeit, das Lerngeschehen zu beobachten und aus der Diagnose Rückschlüsse für die weitere Unterrichtsgestaltung sowie Anregungen für die individuelle Förderung zu geben. „Insgesamt agiert die Lehrperson somit eher im Hintergrund. Als ‚invisible hand' strukturiert sie das Lerngeschehen."[7]

### *Vor- und Nachteile des Stationenlernens*

Die Schülerinnen und Schüler übernehmen eine viel stärkere Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess und können somit (langfristig!) selbst-

[5] Vgl.: Faust-Siehl, Gabriele: Lernen an Stationen. In: Grundschule, Heft 3/1989. Braunschweig 1989, S. 22ff.

[6] Lange, Dirk: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/2010, S. 6.

[7] Ebenda.

sicherer und eigenständiger im, aber auch außerhalb des Unterrichts agieren. Diese hohe Eigenverantwortung bei zurückgenommener Anleitung durch die Lehrperson kann jedoch zu einer Überforderung oder mangelnden Mitarbeit aufgrund der geringen Kontrolle führen. Beidem muss zielgerichtet begegnet werden, sei es durch die schon erwähnten Hilfestellungen oder durch eine (spätere) Kontrolle der Ergebnisse.

Eine Stärke des Stationenlernens besteht eindeutig in der Individualisierung des Unterrichtsgeschehens – die Lernenden selbst bestimmen Zeitaufwand und Abfolge der Stationen. Darüber hinaus können die unterschiedlichen Lerneingangskanäle sowie eine Differenzierung in Schwierigkeitsgrade als Ausgangspunkt des Lernprozesses genommen werden. Die Schülerinnen und Schüler können damit die ihnen gerade angemessen erscheinende Darstellungs- und Aufnahmeform erproben, erfahren und reflektieren. Damit kann eine heterogene Lerngruppe „inhalts- und lernzielgleich unterrichtet werden, ohne dass die Lernwege vereinheitlicht werden müssen.“[8]

### *Stationenlernen – Ein kurzes Fazit*

Innerhalb der unterschiedlichen Fachdidaktiken herrscht seit Jahren ein Konsens darüber, dass sich das Lehr-Lern-Angebot der Schule verändern muss. Rein kognitive Wissensvermittlung im Sinne des „Nürnberger Trichters“ ist nicht gefragt und widerspricht allen aktuellen Erkenntnissen der Lernpsychologie. Eigenverantwortliches, selbstgestaltetes und kooperatives Lernen sind die zentralen Ziele der Pädagogik des neuen Jahrtausends. Eine mögliche Variante, diesen Forderungen nachzukommen, bietet das Stationenlernen. Warum?

Stationenlernen ermöglicht u. a.:

1. Binnendifferenzierung und individuelle Förderung, indem unterschiedliche Schwierigkeitsgrade angesetzt werden. Gleichzeitig können die Schülerinnen und Schüler auch ihre Kompetenzen im Bereich der Arbeitsorganisation ausbauen.
2. einen Methoden- und Sozialformenwechsel, sodass neben Fachkompetenzen auch Sozial-, Methoden- und Handlungskompetenzen gefördert werden können.

Grundsätzlich – so behaupte ich – lässt sich Stationenlernen in allen Unterrichtsfächern durchführen. Grundsätzlich eignen sich auch alle Klassenstufen für Stationenlernen. Trotz alledem sollten – wie bei jeder Unterrichtskonzeption – immer die zu erwartenden Vorteile überwiegen; diese Aussage soll hingegen kein Plädoyer für eine Nichtdurchführung eines Stationenlernens sein! D. h. jedoch, dass – wie bei jeder Unterrichtsvorbereitung – eine Bedingungsanalyse unerlässlich ist!

Stationenlernen benötigt – rein organisatorisch – als allererstes Platz: Es muss möglich sein, jeder Station einen festen (Arbeits-) Platz zuzuweisen. Die Lehrkraft benötigt darüber hinaus für die Vorbereitung im ersten Moment mehr Zeit – sie muss alle notwendigen Materialien in ausreichender Anzahl zur Verfügung stellen und das heißt vor allem: Sie benötigt Zeit für das Kopieren! Für den weiteren Ablauf ist es sinnvoll, Funktionsaufgaben an die Lernenden zu verteilen – so kann bspw. je eine Schülerin oder je ein Schüler für eine Station die Verantwortung übernehmen: Sie/er muss dafür Sorge tragen, dass immer ausreichend Materialien bereit liegen.

Wichtiger jedoch ist die Grundeinstellung der Schülerinnen und Schüler selbst: Viele Lernende wurden regelmäßig mit lehrerzentriertem Frontalunterricht „unterhalten“ – die Reaktionen der Schülerinnen und Schüler werden sehr unterschiedlich sein. Eine Lerngruppe wird sich über mehr Eigenverantwortung freuen, eine andere wird damit maßlos überfordert sein, eine dritte wird sich verweigern. Daher ist es unerlässlich, die Lernenden (schrittweise) an offenere Unterrichtsformen heranzuführen. Sinnvoll ist es daher, mit kleineren Formen des offenen Unterrichts zu beginnen; dies muss nicht zwingend ausschließlich in einem bestimmten Fachunterricht erfolgen – der Lernprozess einer Klasse sollte auch hier ganzheitlich verstanden werden! Absprachen zwischen den Kolleginnen und Kollegen sind somit auch hier unerlässlich – letztendlich kann im Gegenzug auch wieder das gesamte Kollegium davon profitieren.

## 2. Besonderheiten des *Stationenlernens* im Fach Mathematik in der Klassenstufe 9

Ein Stationenlernen im Mathematikunterricht muss sich an den Inhalten und dem Aufbau der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss orientieren. Das Einschlagen von individuellen Lösungswegen, das Analysieren

[8] Lange, Dirk: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/ 2010, S. 6.

von Lernergebnissen, das zielgerichtete Anwenden von Formeln, Rechengesetzen und Rechenregeln soll stets unter der Prämisse der Nutzbarkeit für das weitere Lernen und dem Einbezug in möglichst unterschiedliche kontextbezogene Situationen gesehen werden. Der Schüler soll „auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben“[9].

Dabei sind folgende sechs allgemeine mathematische Kompetenzen Grundlage jeder Planung und unterrichtlichen Aufbereitung. Im Einzelnen handeln es sich um:

- mathematisch argumentieren
- Probleme mathematisch lösen
- mathematisch modellieren
- mathematische Darstellungen verwenden
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- kommunizieren

Diese allgemeinmathematischen Kompetenzen gilt es inhaltsbezogen zu konkretisieren und mit einer der fünf folgenden mathematischen Leitideen in Einklang zu bringen:

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall

Bezogen auf die Adressaten dieses Buches zum Stationenlernen – die Schüler der 9. Klasse – müssen folgende inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen Berücksichtigung finden:

- Die Vorstellung von reellen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit
- Das sichere Anwenden der Grundrechenarten, des Quadrierens und Wurzelziehens im Zahlbereich der rationalen und reellen Zahlen
- Die Umformungsübungen zu Termen, insbesondere für den Zahlbereich der reellen Zahlen
- Die Äquivalenzumformungen bei Gleichungen und Ungleichungen, insbesondere bei der rechnerischen Lösung von linearen Gleichungssystemen
- Das Nutzen des Zusammenhangs von Rechenoperationen, deren Umkehrung sowie Kontrollmechanismen
- Das mathematische Lösen von Sachaufgaben und deren Kontrolle
- Das Beschreiben von Lösungswegen und deren Begründung
- Die Selbstformulierung mathematischer Probleme, deren sachgerechte Lösung und die Interpretation von Ergebnissen in Sachsituationen
- Das Umrechnen von Größen und deren situationsgemäße Anwendung
- Der Einsatz von Maßstäben und Streckenverhältnissen
- Das Beschreiben und Begründen von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte, insbesondere bei zentrischen Streckungen
- Die Analyse von Sachzusammenhängen durch Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte
- Das Anwenden von Sätzen der ebenen Geometrie bei Konstruktion, Berechnung und Beweis für die Satzgruppe des Pythagoras
- Das Zeichnen und Konstruieren geometrischer Figuren mit entsprechenden Hilfsmitteln
- Das Analysieren und Vergleichen funktionaler Zusammenhänge und die Darstellung in tabellarischer und grafischer Form
- Das grafische Interpretieren von linearen und quadratischen Gleichungen
- Das Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen sowie Gleichungssystemen mithilfe von Graph und Rechnung
- Das Berechnen von Unbekannten in rein- und gemischtquadratischen Gleichungen
- Das Herstellen von Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph
- Das Angeben von Sachsituationen bei vorgegebenen Funktionen

Dabei muss sich der unterrichtliche Gegenstand jeweils in mehrere voneinander unabhängige Teilaspekte aufgliedern lassen. Dies ist auch im Fach Mathematik möglich, obwohl häufig Themen auf den vorherigen aufbauen bzw. ohne Kenntnis der erarbeiteten Rechenregeln nicht lösbar sind. Innerhalb eines Themengebietes ist die Reihenfolge der strukturellen Erarbeitung in vielen Fragestellungen austauschbar und von daher effektiv mithilfe des Stationenlernens umzusetzen.

[9] Bildungsstandards Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss, Carl Link Verlag, S. 6.

# II – Praxis: Materialbeiträge

In diesem Band werden sechs ausgearbeitete Stationenlernen präsentiert. All diese Stationenlernen ergeben sich i. d. R. aus den Unterrichtsvorgaben für die Klassenstufe 8. Alle Stationenlernen sind so konzipiert, dass diese ohne weitere Vorbereitung im Unterricht der weiterführenden Schulen eingesetzt werden können – trotz alledem sollte eine adäquate Bedingungsanalyse niemals ausbleiben, denn letztendlich gleicht keine Lerngruppe einer anderen!

Die hier präsentierten Stationenlernen sind immer in Pflichtstationen (Station 1, 2, 3 …) und fakultative Zusatzstationen (Zusatzstation A, B …) unterteilt – die zu bearbeitende Reihenfolge ist durch die Schülerinnen und Schüler (!) frei wählbar. Die Sozialformen sind bewusst offen gehalten worden, d. h. i. d. R. finden sich auf den Aufgabenblättern keine konkreten Hinweise zur geforderten Gruppengröße.

Somit können die Lernenden auch hier frei wählen, ob sie die Aufgaben alleine, mit einem Partner oder innerhalb einer Gruppe bearbeiten wollen – davon abgesehen sollte jedoch keine Gruppe größer als vier Personen sein, da eine größere Mitgliederzahl den Arbeitsprozess i. d. R. eher behindert. Einige wenige Stationen sind jedoch auch so konzipiert worden, dass mindestens eine Partnerarbeit sinnvoll ist.

Zur Bearbeitung sollte für jede Schülerin bzw. jeden Schüler ein Materialblatt bereitliegen – die Aufgabenblätter hingegen sind nur vor Ort (am Stationenarbeitsplatz) auszulegen. Die Laufzettel dienen als Übersicht für die Schülerinnen und Schüler – hier können diese abhaken, welche Stationen sie wann bearbeitet haben und welche ihnen somit noch fehlen, gleichzeitig erhalten sie hierbei einen kleinen inhaltlichen Überblick über alle Stationen – andererseits kann die Lehrkraft diese als erste Hinweise zur Arbeitsleistung der Lernenden nutzen. Darüber hinaus können die Schülerinnen und Schüler auf ihrem Laufzettel auch weiterführende Hinweise und Kommentare zum Stationenlernen an sich, zur Arbeitsgestaltung o. Ä. vermerken – nach meiner Erfahrung wird diese Möglichkeit eher selten genutzt, kann dann jedoch sehr aufschlussreich sein! Unverzichtbar für jedes Stationenlernen ist eine abschließende Bündelung zum Wiederholen und Bündeln der zentralen Lerninhalte – auch hierfür wird jeweils eine Idee, welche sich aus den einzelnen Stationen ergibt, präsentiert. Mithilfe dieser Bündelung sollen noch einmal einzelne Ergebnisse rekapituliert, angewendet und überprüft werden. In diesem Band werden die folgenden Stationenlernen präsentiert:

1. Quadratwurzeln und reelle Zahlen
2. Lineare Gleichungssysteme
3. Satzgruppe des Pythagoras
4. Zentrische Streckung
5. Quadratische Gleichungen
6. Quadratische Funktionen

Jedes dieser Stationenlernen beginnt mit einem Laufzettel.

Anschließend werden die jeweiligen Stationen (Pflichtstationen und Zusatzstationen) mit jeweils einem Aufgabenblatt sowie einem Materialblatt präsentiert. Zu guter Letzt wird das Stationenlernen mit einem Aufgaben- und Materialblatt für die Bündelungsaufgabe abgerundet.

Sinnvoll ist es, wenn jede Station einen festen Platz im Raum erhält. Dies erleichtert es vor allem den Schülerinnen und Schülern, sich zu orientieren. Um dies noch mehr zu vereinfachen, haben sich Stationsschilder bewährt. Auf diesen sollte mindestens die Stationsnummer vermerkt werden.

Fakultativ könnte auch der Stationsname vermerkt werden.

# Laufzettel

**zum Stationenlernen *Quadratwurzeln und reelle Zahlen***

**Station 1**
Berechnen von Quadratwurzeln

**Station 2**
Reelle Zahlen

**Station 3**
Rechnen mit reellen Zahlen

**Station 4**
Rechenregeln Quadratwurzeln

**Station 5**
Quadratwurzelterme umformen

**Station 6**
Quadratwurzelgleichungen I

**Zusatzstation A**
Kubikwurzeln und n-te Wurzeln

**Zusatzstation B**
Teilweises Wurzelziehen

**Zusatzstation C**
Quadratwurzel-gleichungen II

**Zusatzstation D**
Sachaufgaben

**Kommentare:**

# Station 1

*Aufgabe*

## Berechnen von Quadratwurzeln

**Aufgabe:**
**Berechne Quadratwurzeln.**

1. Bestimme in deinem Heft die dazugehörige Quadratzahl.
2. Bestimme in deinem Heft die folgenden Quadratwurzeln im Kopf.
3. Für welche Werte von x können Wurzeln berechnet werden? Schreibe eine Bedingung mithilfe eines Vergleichsoperators in deinem Heft.
4. Berechne die folgenden Aufgaben ohne Taschenrechner und schreibe in dein Heft.



# Station 2

*Aufgabe*

## Reelle Zahlen

**Aufgabe:**
**Bestimme reelle Zahlen.**

1. Welche dieser Zahlen sind rational, welche irrational? Schreibe in dein Heft.
2. Finde für a) und b) eine rationale Zahl, für c) und d) drei rationale Zahlen die zwischen den vorgegebenen Brüchen liegen. Schreibe und rechne in deinem Heft.
3. Beantworte die Fragen in deinem Heft. Begründe deine Antwort.

# Station 3

*Aufgabe*

**Rechnen mit reellen Zahlen**

**Aufgabe:**
**Übe das Rechnen mit reellen Zahlen.**

1. Berechne mit dem Taschenrechner in deinem Heft und runde auf vier Nachkommastellen.

2. Vereinfache zunächst soweit wie möglich in deinem Heft und runde das Ergebnis mithilfe des Taschenrechners auf vier Nachkommastellen.

3. Vereinfache zunächst soweit wie möglich und setzte anschließend die folgenden Werte ein: $x = 3$, $y = 2$, $z = 1$. Berechne mithilfe des Taschenrechners in deinem Heft das Ergebnis und runde auf vier Nachkommastellen.

4. Welcher der beiden Dezimalbrüche ist eine rationale, welcher eine irrationale Zahl? Begründe in deinem Heft.

5. Beantworte die folgende Frage in deinem Heft.



# Station 4

*Aufgabe*

**Rechenregeln Quadratwurzeln**

**Aufgabe:**
**Berechne Quadratwurzeln mithilfe von Rechenregeln.**

1. Berechne ohne Taschenrechner in deinem Heft mittels der Wurzelregel für Produkte.

2. Berechne ohne Taschenrechner in deinem Heft mittels der Wurzelregel für Quotienten.

3. Setze die Kästchen an die richtige Stelle ein und überprüfe das Ergebnis auf Gleichheit. Trage auf dem Rechenblatt ein.

# Station 5

**Aufgabe**

## Quadratwurzelterme umformen

**Aufgabe:**
**Forme Quadratwurzelterme um.**

1. Benutze das Distributivgesetz und rechne ohne Taschenrechner in deinem Heft.
2. Beseitige die Wurzel im Nenner. Rechne ohne Taschenrechner und löse in deinem Heft.
3. Vereinfache ohne Taschenrechner zu einem Produkt in deinem Heft.
4. Vereinfache die Terme in deinem Heft. Runde das Ergebnis vom vereinfachten Term für c) und d) auf zwei Nachkommastellen.



# Station 6

**Aufgabe**

## Quadratwurzelgleichungen I

**Aufgabe:**
**Übe das Lösen von Quadratwurzelgleichungen.**

1. Löse die folgenden Gleichungen mit einer Wurzel in deinem Heft.
2. Löse die folgenden Gleichungen mit zwei Wurzeln in deinem Heft.
3. Ordne den Gleichungen die richtige Lösungsmenge zu und verbinde auf dem Materialblatt.

# Zusatzstation A

*Aufgabe*

**Kubikwurzeln und n-te Wurzeln**

**Aufgabe:**
**Berechne Kubikwurzeln und n-te Wurzeln.**

1. Berechne die Kubikwurzeln durch „Probieren“ ohne Taschenrechner und löse in deinem Heft.
2. Berechne die Kubikwurzeln mit dem Taschenrechner in deinem Heft und runde auf zwei Nachkommastellen.
3. Ergänze die fehlenden Zahlen für x durch „Probieren“ ohne Taschenrechner in deinem Heft.
4. Berechne die Sachaufgabe.



# Zusatzstation B

*Aufgabe*

**Teilweises Wurzelziehen**

**Aufgabe:**
**Wende Wurzelregeln beim teilweisen Wurzelziehen an.**

1. Berechne mithilfe der Regel für Produkte ohne Taschenrechner und schreibe in dein Heft.
2. Berechne mithilfe der Regel für Quotienten ohne Taschenrechner und schreibe in dein Heft.
3. Bringe den Vorfaktor mit unter das Wurzelzeichen und berechne mit dem Taschenrechner einen Näherungswert in deinem Heft. Runde auf zwei Nachkommastellen.
4. Vereinfache in deinem Heft durch teilweises Wurzelziehen und forme um.

Thomas Röser: Stationenlernen Mathematik
© Persen Verlag

# Zusatzstation C

*Aufgabe*

**Quadratwurzelgleichungen II**

**Aufgabe:**
**Löse schwierige Quadratwurzelgleichungen.**

1. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichungen mit einer Wurzel in deinem Heft.
2. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichungen mit zwei Wurzeln in deinem Heft.
3. Löse die folgenden Wurzelgleichungen in deinem Heft.



# Zusatzstation D

*Aufgabe*

**Sachaufgaben**

**Aufgabe:**
**Bearbeite die Sachaufgaben.**

1. Stelle eine Wurzelgleichung auf und berechne den Wert für x in deinem Heft.
2. Ein Rechteck hat die folgenden Maße. Berechne die Zahl für x in deinem Heft.
3. Bearbeite die folgende Sachaufgaben (Frage, Rechnung, Antwortsatz) in deinem Heft.
4. Für welche Zahl x sind die Flächeninhalte der beiden Rechtecke gleich? Wie groß ist der Flächeninhalt, wie groß sind die Seiten a und b der beiden Rechtecke? Berechne in deinem Heft und runde auf zwei Nachkommastellen.

# Station 1

Material

## Berechnen von Quadratwurzeln

Die Quadratwurzel einer positiven Zahl a ist diejenige positive Zahl b, die mit sich selbst multipliziert a ergibt ($b^2 = a$). Für die Quadratwurzel aus a schreibt man $\sqrt{a}$. Dabei heißt die Zahl a unter dem Wurzelzeichen **Radikant** und das Berechnen der Quadratwurzel heißt **Radizieren**.

z. B.: $\sqrt{625} = 25$, da $25 \cdot 25 = 25^2 = 625$ $\qquad$ $\sqrt{0} = 0$, da $0 \cdot 0 = 0$

Das Quadratwurzelziehen wird durch das Quadrieren rückgängig gemacht: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

Das Quadrieren wird durch das Quadratwurzelziehen rückgängig gemacht: $\sqrt{a^2} = a$.

**Hinweis:** Wurzeln können **nur** aus positiven Zahlen gezogen werden.
Bei einer Doppelwurzel wird zuerst die innere Wurzel gezogen.
Statt dem Wurzelzeichen wird seltener *„hoch 0,5“* verwendet: $\sqrt{a} = a^{0,5}$.

1.

a) 1 $\quad$ b) 4 $\quad$ c) 7 $\quad$ d) 10 $\quad$ e) 12

f) 35 $\quad$ g) 50 $\quad$ h) 0,8 $\quad$ i) $\frac{2}{3}$ $\quad$ k) $\frac{5}{9}$

2.

a $\sqrt{16}$ $\quad$ b) $\sqrt{289}$ $\quad$ c) $\sqrt{529}$ $\quad$ d) $\sqrt{900}$

e) $\sqrt{1,21}$ $\quad$ f) $\sqrt{\frac{4}{225}}$ $\quad$ g) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\quad$ h) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

3.

a) $\sqrt{x+3}$ $\quad$ b) $\sqrt{-9+x}$ $\quad$ c) $\sqrt{12+3x}$ $\quad$ d) $\sqrt{5x-10}$

e) $\sqrt{-(3x+1)}$ $\quad$ f) $\sqrt{1-x^2}$ $\quad$ g) $\sqrt{\frac{2}{5}x-2,4}$ $\quad$ h) $\sqrt{\frac{1}{8}x-4,2}$

4.

a) $\left(\sqrt{11}\right)^2$ $\quad$ b) $\left(\sqrt{54}\right)^2$ $\quad$ c) $\left(-\sqrt{61}\right)^2$ $\quad$ d) $\sqrt{8^2}$ $\quad$ e) $\sqrt{\frac{2^2}{7^2}}$

f) $-\sqrt{21,3^2}$ $\quad$ g) $\sqrt{\sqrt{81}}$ $\quad$ h) $\sqrt{\sqrt{0,0016}}$ $\quad$ i) $-\sqrt{\sqrt{\frac{1}{16}}}$ $\quad$ k) $\left(\sqrt{9\sqrt{16}}\right)^2$

# Station 2

*Material*

## Reelle Zahlen

Reelle Zahlen (kurz: $\mathbb{R}$) bestehen aus den bisher bekannten rationalen Zahlen und den irrationalen Zahlen.

**Rationale Zahlen**: Darstellung durch einen abbrechenden oder periodischen Dezimalbruch, z. B.:
$\frac{1}{4} = 0{,}25$; $\frac{1}{9} = 0{,}\overline{1}$; $-\frac{9}{5} = -1{,}8$.

**Irrationale Zahlen**: Beschreibung durch einen nichtabbrechenden und nichtperiodischen Dezimalbruch, z. B.: $\sqrt{2} = 1{,}4142315\ldots$

1.

a) $-\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{100}$ c) $\frac{12}{99}$ d) $\sqrt{6}$ e) $\sqrt[3]{5+1}$ f) $0{,}\overline{81}$

2.

a) $\frac{1}{7}$ und $\frac{3}{7}$ b) $\frac{7}{5}$ und $\frac{4}{3}$ c) $0{,}7$ und $\frac{8}{10}$ d) $\frac{13}{11}$ und $\frac{12}{11}$

3.

a) Jede rationale Zahl ist auch eine reelle Zahl?

b) Irrationale Zahlen sind reelle Zahlen, die nicht rational sind?

c) Zwischen zwei rationalen Zahlen liegen abzählbar viele rationale Zahlen?

d) Irrationale Zahlen lassen sich als Bruch darstellen, rationale nicht?

e) Ist a eine natürliche Zahl, aber keine Quadratzahl, so ist $\sqrt{a}$ eine rationale Zahl?

f) Bei einer rationalen Zahl steht eine natürliche Zahl im Zähler und eine ganze Zahl im Nenner?

g) Jede reelle Zahl ist rational und irrational?

# Station 3

*Material*

**Rechnen mit reellen Zahlen**

Rechnet man mit reellen Zahlen (rationale und irrationale Zahlen), so gelten alle bisher bekannten Rechenregeln. Im Folgenden sollen die Ergebnisse mithilfe des Taschenrechners auf vier Nachkommastellen gerundet werden, z. B.:

I. $-1 + \sqrt{17} \approx 3{,}1231$

II. Erst zusammenfassen: $\sqrt{3} + \sqrt{10} + \sqrt{10} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{10} = 2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{10} + \sqrt{5} \approx 8{,}8624$

1.
a) $1 + \sqrt{3}$ b) $1 - \sqrt{7}$ c) $\sqrt{1 - 7}$ d) $2 \cdot \sqrt{13}$ e) $\sqrt{5 - (-3)}$ f) $\sqrt{5 + (-10)}$

2.
a) $\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2} + \sqrt{11} + \sqrt{2} + \sqrt{7}$

b) $3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} + 4 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3}$

c) $5 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 7 \cdot \sqrt{3}$

d) $4 \cdot \sqrt{5} - \left(\sqrt{3} + \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot \sqrt{3}\right)$

3.
a) $4 \cdot \sqrt{x} - \left(\sqrt{x} + \sqrt{x} - 3 \cdot \sqrt{y} + 3 \cdot \sqrt{y}\right) - \sqrt{z}$

b) $3 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{x} - \left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + 3 \cdot \sqrt{x}\right)$

4.
a) 0,24681012141618202224262830

b) 0,236363636

5.
Rationale Zahlen können auf einer Zahlengeraden dargestellt werden. Können irrationale Zahlen auch auf einer Zahlengeraden dargestellt werden? Begründe.

# Station 4

*Material*

## Rechenregeln Quadratwurzeln

Berechnungen von Quadratwurzeln können aufgrund der folgenden Rechenregeln vereinfacht werden:

– Für alle $a \geq 0$ gilt: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$
– Für alle $a \geq 0$ gilt: $\sqrt{a^2} = a$
– Für alle $a$ gilt: $\sqrt{(a)^2} = a$, z. B.: $\sqrt{(-20)^2} = 20$
– Für alle $a \geq 0$, $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, z. B.: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$
– Für alle $a \geq 0$, $b > 0$ gilt: $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$, z. B.: $\sqrt{27} : \sqrt{3} = \sqrt{\dfrac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$

1.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$
b) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$
c) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{\dfrac{25}{3}}$
d) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{12{,}1}$

e) $\sqrt{0{,}49} \cdot \sqrt{0{,}09}$
f) $\sqrt{180} \cdot \sqrt{0{,}008}$
g) $\sqrt{3{,}2} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{15}$
h) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{0{,}5} \cdot \sqrt{4}$

i) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$
k) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3}$
l) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab^2}$
m) $\sqrt{4a} \cdot \sqrt{4b^2a}$

2.

a) $\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$
b) $\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{36}}$
c) $\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$
d) $\dfrac{\sqrt{7{,}2}}{\sqrt{0{,}05}}$

e) $\sqrt{98} : \sqrt{0{,}5}$
f) $\sqrt{45} : \sqrt{1{,}8}$
g) $\sqrt{\dfrac{100}{9}} : \sqrt{400}$
h) $\sqrt{25} : \sqrt{\dfrac{1}{4}}$

i) $\sqrt{\dfrac{a}{b}} : \sqrt{\dfrac{b}{a}}$
k) $\sqrt{a^3} : \sqrt{a}$
l) $\sqrt{\dfrac{49a^2}{25b^2}}$
m) $\sqrt{\dfrac{100a^4}{81b^2}}$

3.

$$\boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\sqrt{16}} \cdot \frac{\boxed{\phantom{0}}}{\boxed{\phantom{0}}} = 4 = \frac{\boxed{\sqrt{1^2}}}{\boxed{\phantom{0}}} \cdot \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}}$$

$\boxed{\sqrt{(-10)^2}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\sqrt{5^2}}$ $\boxed{80}$ $\boxed{\sqrt{25}}$ $\boxed{\sqrt{(100)^2}}$

# Station 5

*Material*

## Quadratwurzelterme umformen

Für das Umformen von Quadratwurzeltermen gelten auch das **Kommutativgesetz**, das **Assoziativgesetz** und das **Distributivgesetz**. Einfache „Rechentricks“ (z. B. das Beseitigen einer Wurzel im Nenner) können ebenfalls zur Termumformung genutzt werden.

**Beispiel:**

I) Ausklammern und Ausmultiplizieren:

$(3+5)\cdot\sqrt{6} = 3\cdot\sqrt{6} + 5\cdot\sqrt{6}$

$(\sqrt{3}+\sqrt{5})\cdot\sqrt{3} = 3 + \sqrt{15}$

II) Wurzel im Nenner beseitigen:

$\frac{10}{\sqrt{7}} = \frac{10\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}} = \frac{10\cdot\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7}\cdot\frac{10}{7}$

III) Vereinfachen mithilfe eines Binoms:

$(\sqrt{2}+1)\cdot(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 1$

IV) Vereinfachen zu einem Produkt:

$\sqrt{45} + \sqrt{80} = \sqrt{9\cdot 5} + \sqrt{16\cdot 5}$

$= 3\cdot\sqrt{5} + 4\cdot\sqrt{5} = 7\cdot\sqrt{5}$

1.

a) $(a+b)\cdot\sqrt{c}$
b) $(x+\sqrt{8})\cdot\sqrt{8}$
c) $5\cdot\sqrt{a}+\sqrt{a}\cdot 7$

d) $(\sqrt{125}-5)\cdot\sqrt{5}$
e) $10\cdot\sqrt{0{,}5}+5\cdot\sqrt{0{,}5}$
f) $\sqrt{3}\cdot(11+\sqrt{3})$

g) $(\sqrt{5}+\sqrt{2v})\cdot\sqrt{2v}$
h) $(\sqrt{13}-3\cdot\sqrt{18})\cdot\sqrt{2}$

2.

a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$
b) $\frac{x}{\sqrt{x}}$
c) $\frac{x\cdot y}{\sqrt{y}}$
d) $\frac{1}{5\cdot\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{30}}$
f) $\frac{81}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{5}}$
g) $\frac{a}{b\cdot\sqrt{a}}$
h) $\frac{12}{3\cdot\sqrt{21}}$

3.

a) $\sqrt{44}+\sqrt{99}$
b) $\sqrt{2}+\sqrt{32}$
c) $8\cdot\sqrt{3}+\sqrt{12}$
d) $\sqrt{45}+4\cdot\sqrt{20}$

e) $\sqrt{27}-\sqrt{147}$
f) $3\cdot\sqrt{2}-5\cdot\sqrt{8}$
g) $8\cdot\sqrt{63}-5\cdot\sqrt{28}$
h) $\sqrt{50}+\sqrt{2}-\sqrt{18}$

4.

a) $(6+\sqrt{13})\cdot(6-\sqrt{13})$
b) $(5\cdot\sqrt{10}+\sqrt{12})\cdot(5\cdot\sqrt{10}-\sqrt{12})$

c) $(2+\sqrt{2})^2$
d) $(5-\sqrt{6})^{2-}$