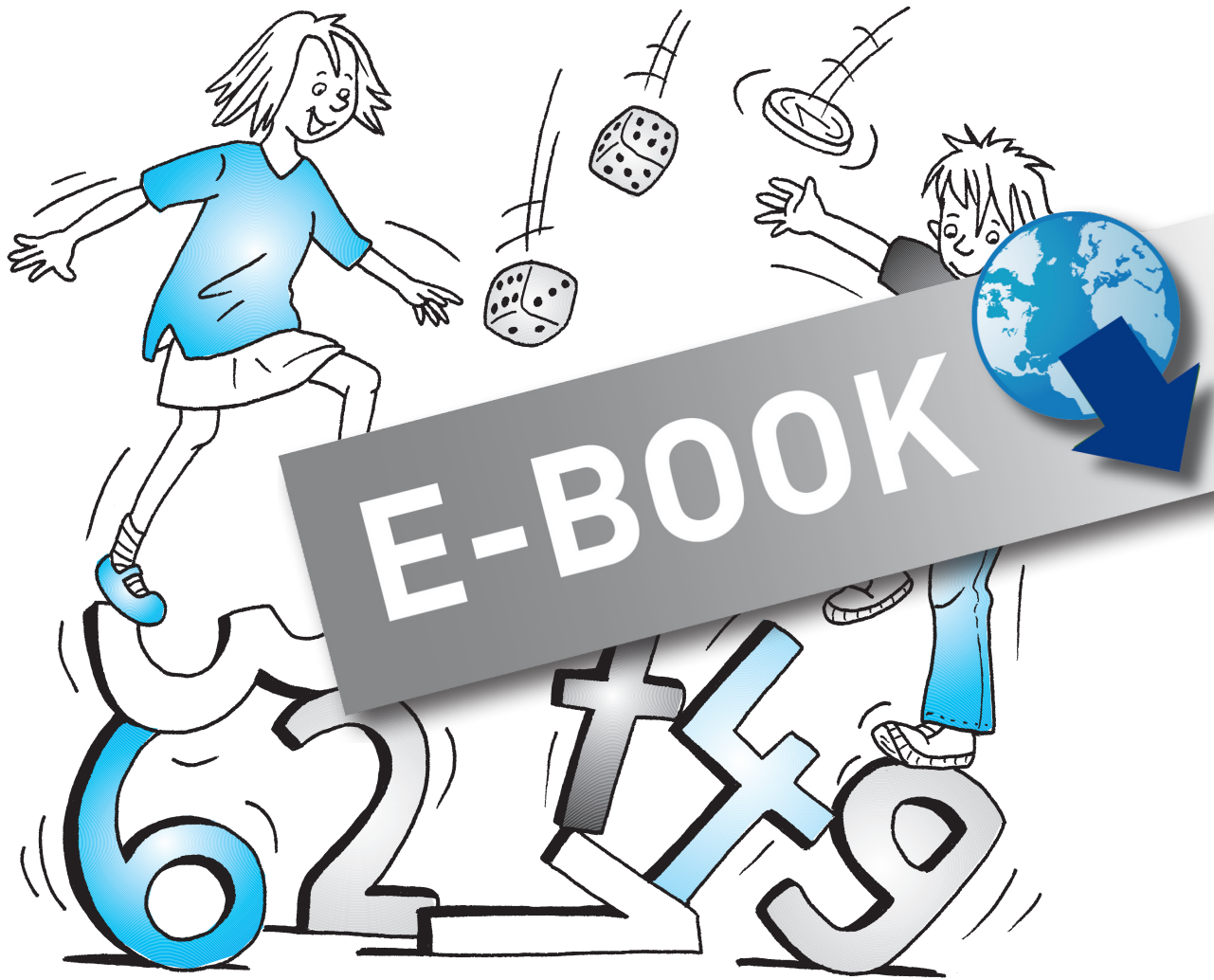


Karin Behring

Bergedorfer® Unterrichtsideoen



Bildungsstandards im Mathematikunterricht

Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

2.-4. Klasse



Karin Behring

Bildungsstandards im Mathematikunterricht

Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

1.–4. Klasse



Persen

Persen Verlag

Die Autorin

Karin Behring studierte Lehramt für Grund-, Haupt- und Realschulen und ist seit vielen Jahren als Grundschullehrerin in Bremen tätig. Sie engagierte sich früh für einen offenen, differenzierten Unterricht (Schwerpunkt Deutsch und Mathematik) und für eine Schule für alle Kinder ohne Aussonderung, wozu auch die Entwicklung von Zeugnissen ohne Noten gehörte. Neben ihrer Unterrichtstätigkeit arbeitete sie am Landesinstitut für Schule in der Abteilung Qualitätssicherung/Innovationsförderung als Koordinatorin für Schulbegleitforschung und in der Curriculumentwicklung Mathematik Grundschule.

© 2011 Persen Verlag, Buxtehude
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im eigenen Unterricht zu nutzen. Downloads und Kopien dieser Seiten sind nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Die Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und jede Art der Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtes bedürfen der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.

Die AAP Lehrerfachverlage GmbH kann für die Inhalte externer Sites, die Sie mittels eines Links oder sonstiger Hinweise erreichen, keine Verantwortung übernehmen. Ferner haftet die AAP Lehrerfachverlage GmbH nicht für direkte oder indirekte Schäden (inkl. entgangener Gewinne), die auf Informationen zurückgeführt werden können, die auf diesen externen Websites stehen.

Illustrationen: Katharina Reichert-Scarborough
Satz: MouseDesign Medien AG Zeven

ISBN: 978-3-403-53202-6

www.persen.de

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

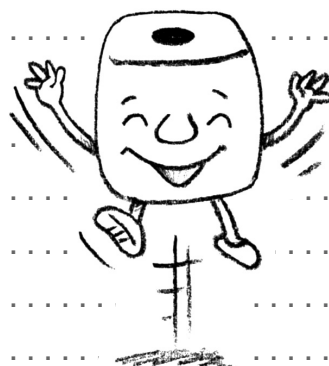
Wahrscheinlichkeit, Lebenswirklichkeit und Bildungsstandards	4
Fachliche Orientierung	5
Empfehlungen zur Zielsetzung und Gestaltung des Mathematikunterrichts im Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit	6
Übersicht über Bildungsstandards	8

2 Ausführliche Unterrichtseinheiten

UE 1 Münzen werfen	9
UE 2 Glück oder Pech beim Würfeln – gibt es das?	14
UE 3 Lose ziehen	16
UE 4 Wer will schon Regenwetter im Urlaub?	20

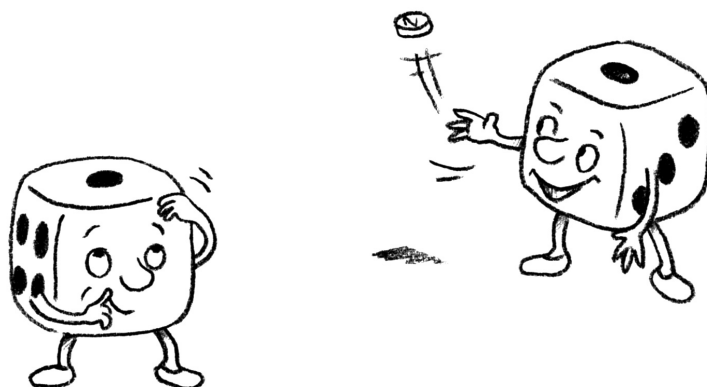
3 Spiele

Spiel 1 Würfelspiel mit zwei Würfeln	23
Spiel 2 Augensummen-Spiel	25
Spiel 3 Augenprodukte-Spiel	30
Spiel 4 Plättchen ziehen	33
Spiel 5 Schnell-ans-Ziel-Spiel	37
Spiel 6 Stechen für Fortgeschrittene	40
Spiel 7 Würfelspiel mit einem Prisma	42



4 Mathematische Untersuchungen und Zufallsexperimente zu Spielen

MU 1 Glück oder Pech beim Würfeln	44
MU 2 Verschiedene Kreisel	51
MU 3 Augensummen-Spiel	66
MU 4 Augenprodukte-Spiel	69
MU 5 Stechen für Fortgeschrittene	72



Vorbemerkungen

Mit Einführung der Bildungsstandards für den Primarbereich im Jahre 2004 hat die Untersuchung zufälliger Ereignisse Eingang gefunden in den Unterricht der Primarstufe. Standards dazu sind unter der Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit formuliert. Inzwischen sind auch in allen Bundesländern inhaltsbezogene Kompetenzen zur Wahrscheinlichkeit in den Rahmenplänen für die Grundschule im Fach Mathematik ausgewiesen. Diese Aufgabensammlung möchte einen grundlegenden Beitrag leisten zum Training der inhaltlichen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen und zum Erreichen der gesetzten Standards.

Wahrscheinlichkeit, Lebenswirklichkeit und Bildungsstandards

Der Mathematikunterricht wird gerade mit dem Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit einen wichtigen Beitrag leisten können zum Erfassen unserer Lebenswirklichkeit, denn die Wirklichkeit umfasst viele vom Zufall bestimmte Phänomene (Würfelspiele, Lotterie, Prognosen aufgrund statistischer Daten wie zum Beispiel Regenwahrscheinlichkeit, Wahlprognosen und vieles mehr). Schülerinnen und Schüler lernen, vom Zufall geprägte Ereignisse ihrer Lebenswirklichkeiten präziser zu erfassen und sie zu durchleuchten. Einschätzungen von Eintrittswahrscheinlichkeiten bei Ereignissen im Alltag sind nämlich häufig stark emotional geprägt. Dabei können über diese zufälligen Ereignisse auch schon in der Grundschule einfache, intuitiv erfasste mathematische Aussagen gemacht werden. Im Alltag werden Begriffe zur Einschätzung von zufälligen Ereignissen zudem meist nicht präzise im mathematischen Sinne gebraucht. *Wahrscheinlich wird es regnen* wird in dem Sinne gebraucht, dass ich nicht völlig sicher sein kann, dass es regnet, aber dass ich es doch erwarte. Der Mathematikunterricht kann auch schon in der Grundschule mit Begriffen wie Zufall, wahrscheinlich, unmöglich, möglich, sicher, Gewinnchance etc. ein erstes mathematisches Verständnis grundlegen. So kann verhindert werden, dass der rein umgangssprachliche Gebrauch von Begriffen zu zufälligen Ereignissen bis ins Erwachsenenalter hinein sich verfestigt und bestehen bleibt.

Mit dem Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit bietet der Mathematikunterricht auch für das Training der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, vor allem für das Training von Problemlösestrategien, eine nahezu unerschöpfliche Quelle. Problemstellungen aus der Stochastik sind oft anschaulich vermittelbar und leicht verständlich. Sie treffen das Interesse vieler Kinder und motivieren zum Nachdenken. Der experimentelle, spielerische Charakter der Stochastik ermöglicht Schülerinnen und Schülern auch schon in der Grundschule, mathematische Resultate durch eigenständiges Experimentieren zu entdecken.

Der Kompetenzbereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit verschafft den Schülerinnen und Schülern schließlich die Chance für die wichtige Erfahrung, dass es auch in der Mathematik Bereiche gibt, in denen die Worte richtig und falsch ihre ausschließliche Bewertungskraft verlieren. Aufgrund des Lebensweltbezuges und über die experimentelle Tätigkeit sowie deren intuitive Deutungen erleben sie, dass es auch in der Mathematik Erscheinungen mit mehreren möglichen Ergebnissen gibt.¹

Vernetzungen mit anderen Kompetenzbereichen

Im Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit werden viele andere Bereiche der Grundschulmathematik angesprochen. Es werden Zahlen und Daten strukturiert, in verschiedener Weise dargestellt (z. B. in Tabellen, mit Strichlisten und Diagrammen), miteinander verglichen und bewertet.

Es muss nachgedacht werden über funktionale Beziehungen, die in dem Bereich Wahrscheinlichkeit sehr viel häufiger eben nicht proportional ausfallen (z. B. bei doppelt so häufigem Würfeln bekommt man eben meist nicht doppelt so oft eine 6).

1 Vgl. Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik der Bundesländer Berlin, Brandenburg, Bremen, Mecklenburg-Vorpommern, 2004, S. 21

1. Einführung

Oft sind kombinatorische Aufgabenstellungen enthalten, die durch probieren bzw. systematisches Vorgehen gelöst werden müssen.

Es muss nachgedacht werden über Eigenschaften von ebenen Figuren (Flächen, Kreisel, Glücksrad) und geometrischen Körpern (Ein symmetrischer Bau des Würfels bewirkt, dass für alle sechs Zahlen eine gleich große Wahrscheinlichkeit besteht.)

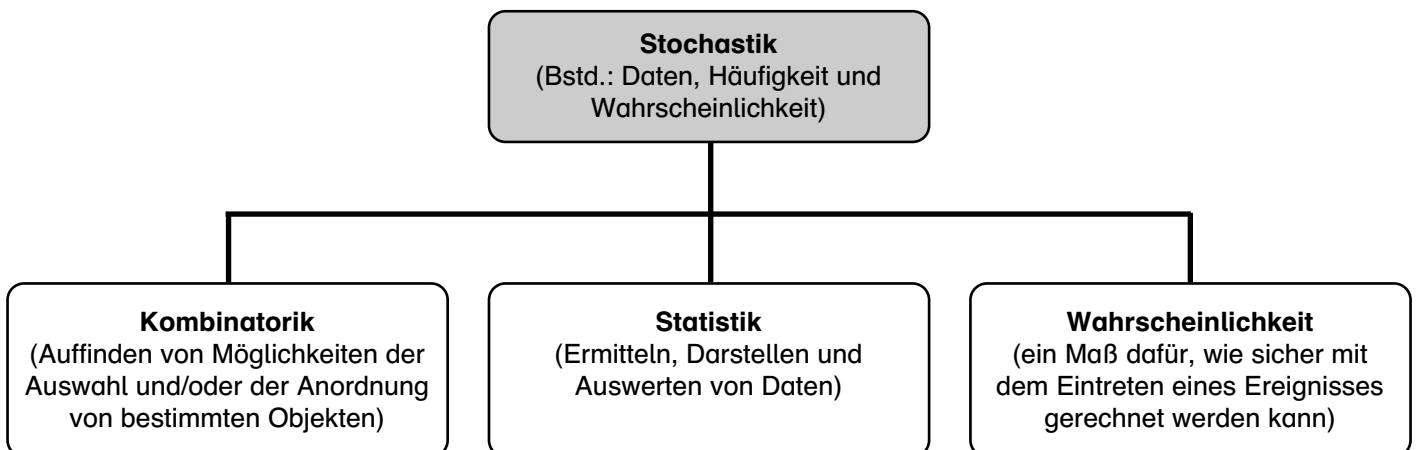
Und wie bereits schon oben angeführt, bietet der Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit ein reiches Betätigungsfeld für das Training der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, denn es müssen immer wieder grundlegende Fertigkeiten des Problemlösens, des Kommunizierens, des Argumentierens, des Modellierens und des Darstellens in konkreten, lebensweltbezogenen Aufgabenstellungen angewandt werden.

Häufig ist Hintergrundwissen aus dem Sachunterricht gefragt oder es wird notwendig, dieses im Zusammenhang mit Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit zu erwerben (z. B. durch Recherchieren in Medien).

Fachliche Orientierung

Was meint Stochastik?

Der Kompetenzbereich der Bildungsstandards „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ zielt auf mathematische Inhalte der Stochastik. Die unten aufgeführte Grafik gibt einen Überblick und verdeutlicht in aller Kürze die einzelnen Bereiche der Stochastik.



Was ist Wahrscheinlichkeit? Wie kann Wahrscheinlichkeit verglichen werden?

Eine Zugangsmöglichkeit ist der Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Pierre Laplace (1749 – 1827). Damit wird die Wahrscheinlichkeit fassbar, wenn davon ausgegangen werden kann, dass jedes Ereignis gleich wahrscheinlich eintritt (z. B. beim Würfeln aufgrund der gleichmäßigen geometrischen Struktur des Würfels). Er besagt, dass die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem Quotienten aus der Anzahl der für das Ereignis günstigen Fälle und der Anzahl aller möglichen Fälle ist.

$$\text{Wahrscheinlichkeit} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

Eine andere Zugangsmöglichkeit ist, die Eintrittswahrscheinlichkeit über relative Häufigkeiten und dem Gesetz der großen Zahlen **zu ermitteln**. Es besagt, dass sich mit wachsender Anzahl an Versuchen die relative Häufigkeit eines Ereignisses seiner (theoretischen) Eintrittswahrscheinlichkeit annähert.

1. Einführung

Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses = relative Häufigkeit des Ergebnisses (n gegen unendlich)

Diese Zugangsmöglichkeit ist anzuwenden, wenn davon ausgegangen werden kann, dass jedes Ereignis **nicht** gleich wahrscheinlich eintritt (z. B. beim Ziehen von Kugeln aus einer Urne oder bei asymmetrischen Körpern).

Auch Schülerinnen und Schüler der Grundschule können bereits über einfache mathematische Experimente mit relativen Häufigkeiten an Untersuchungen zur Eintrittswahrscheinlichkeit von Ereignissen herangeführt werden. Sie werden dabei die wichtige Erfahrung machen, dass ein Experiment ggf. sehr häufig durchgeführt werden muss und es daher ein langwieriger Prozess sein kann, über Experimente zu Erkenntnissen/Ergebnissen zu gelangen (Vergl. Vermutungen anstellen und Versuchsreihe mit Würfel durchführen, MU1, Seite 44 – 50).

Empfehlungen zur Zielsetzung und Gestaltung des Mathematikunterrichts der Grundschule im Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit

Bezogen auf die Bildungsstandards und in Anlehnung an den gemeinsamen Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik der Bundesländer Brandenburg, Berlin, Bremen und Mecklenburg-Vorpommern finden Schülerinnen und Schüler Zugang zur Einschätzung von Zufallsereignissen und präzisieren ihre Vorstellungen von Wahrscheinlichkeit, in dem sie

- **1 Erfahrungen mit Spielen und spielerische Tätigkeiten sammeln**
insbesondere mit Spielen, in denen der Zufall leicht erkennbar ist.
- **2 Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten von Alltagssituationen beschreiben**
mithilfe von Begriffen wie wahrscheinlich, unwahrscheinlich, sicher, möglich und unmöglich.
- **3 Überlegungen zur Wahrscheinlichkeit anstellen geknüpft an durchgeführte oder durchzuführende Spiele**
*Zunächst steht in Klasse 1/ 2 das Erfassen verschiedener Spielausgänge im Vordergrund.
Mit zunehmender Erfahrung mit Spielen und Spielausgängen beginnen Überlegungen dazu,*
 - *ob alle Schülerinnen und Schüler die gleiche Gewinnchance haben,*
 - *wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, beim Spiel zu gewinnen,*
 - *wie man seine Gewinnchancen verbessern kann.**Dabei gehen die Schülerinnen und Schüler auf einer naiven Ebene mit Begriffen wie Chance, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit oder Gewinnmöglichkeit um, ohne dafür mathematische Definitionen zu erfahren.*
- **4 Einfache Zufallsexperimente durchführen**
Sie stellen Vermutungen an, stellen eine Hypothese auf, führen Experimente durch und zeigen sie systematisch auf (z. B. Strichlisten). Sie stellen Ergebnisse fest und analysieren diese.
- **5 Über durchgeführte Zufallsexperimente reflektieren**
Sie vergleichen Vermutungen und Ergebnisse und diskutieren und reflektieren darüber, ziehen Schlussfolgerungen und verallgemeinern (Regel erkennen).²

2 Vgl. Rahmenlehrplan S. 22

1. Einführung

Einsatz des Materials

Die folgenden Materialien sind nicht an ein Lehrwerk gebunden. Sie sind als Ideenkiste gedacht, aus der je nach Jahrgang, Lerngruppe, Leistungsfähigkeit, Vorerfahrungen individuell zur Forderung und Förderung ausgewählt werden kann. Die Reihenfolge der Bearbeitung ist nicht zwingend festgelegt. Es empfiehlt sich dennoch, sich an den unter 1.5 beschriebenen *Empfehlungen zur Zielsetzung und Gestaltung des Mathematikunterrichts der Grundschule im Kompetenzbereich Wahrscheinlichkeit* zu orientieren. So ist besonders zu berücksichtigen, dass Kinder unbedingt erst Erfahrungen mit verschiedenen Spielen machen sollten, in denen der Zufall leicht erkennbar ist (Schwerpunkt in Jahrgang 1/2). Dazu sind in diesem Band Spiele angeboten, die mithilfe von Variationen der Spielregeln einfach oder anspruchsvoller gestaltet werden können.

Die **ausführlichen Unterrichtseinheiten** *Münzen werfen* (ab Klasse 1), *Glück oder Pech beim Würfeln* (ab Ende Klasse 2) oder *Losgewinn* sind als Musterbeispiele gedacht, um gemeinsam in einer Klasse oder Lerngruppe erste Überlegungen zur Wahrscheinlichkeit anzustellen.

Die Unterrichtseinheit „Wer will schon Regenwetter im Urlaub?“ ist als lohnender Erweiterungskurs (ab Klasse 3) anzusehen, bei dem die Schülerinnen und Schüler versuchen können, ihr Wissen über Häufigkeiten und zufällige Ereignisse in einen Alltagsbezug zu setzen. Die Praxis hat gezeigt, dass gerade bei dieser Unterrichtseinheit Schülerinnen und Schüler große Motivation und Interesse hatten.

In dem Kapitel **Zufallsexperimente durchführen und Spiele mathematisch untersuchen** können die Schülerinnen und Schüler trainieren, Vermutungen anzustellen, dazu ein Experiment durchzuführen, es systematisch festzuhalten (Strichlisten...), Ergebnisse festzustellen und diese zu analysieren.

Die Aufgabenstellungen können in Kleingruppen zielkonform oder zieldifferent bearbeitet werden. Eine spätere Präsentation der Ergebnisse und anschließender Reflexion in der Klasse/Lerngruppe ist empfehlenswert. Grundschulkindern sind erst mit zunehmendem Alter mehr und mehr in der Lage, Ergebnisse von Zufallsexperimenten zu interpretieren und Schlussfolgerungen zu ziehen. Deshalb wird man im 1. Schuljahr außer Spielen nur sehr einfache Experimente durchführen. Auch wegen der fortgeschrittenen Lese- und Schreibkompetenz ist es angebrachter, mathematische Untersuchungen erst ab Ende des zweiten Schuljahres anzugehen. Altersgemischte Lerngruppen bieten dabei Vorteile.



Die Arbeitsmaterialien auf den Seiten 14 – 26 und 44 – 50 sind den Handreichungen zum Rahmenplan Mathematik Grundschule des Landesinstituts für Schule in Bremen „Dem Zufall auf der Spur“ (2007) mit Genehmigung des Landesinstituts entnommen.