

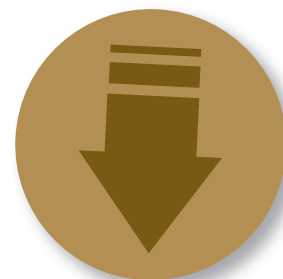
Mathe inklusiv: Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20

Klasse 1



$15 + 4 = 19$
 $14 + 3 = 17$
 $12 + 5 = 17$
 $17 + 2 = 19$
 1
 1

E-Book



Materialband mit Anleitungen, Diagnosetests und Kopiervorlagen für den inklusiven Unterricht

Klaus Rödler

Mathe inklusiv: Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20

Materialband mit Anleitungen, Diagnosetests und
Kopiervorlagen für den inklusiven Unterricht

AOL
verlag

Hinweis

Der besseren Lesbarkeit halber sprechen wir meist nur von Lehrern, Schülern usw. Natürlich meinen wir damit auch die Lehrerinnen, Schülerinnen usw.

Bildnachweis

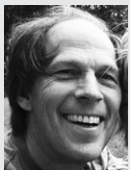
Coverfoto: © contrastwerkstatt – Fotolia.com

Fotos S. 33, 61: © janvier – Fotolia.com

alle weiteren Innenfotos: © Klaus Rödler

Impressum

Mathe inklusiv: Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20



Klaus Rödler ist Mathematikdidaktiker und promovierter Grundschullehrer, Fortbildner, Buch- und Zeitschriftenautor und war zeitweise Unidozent, Schulbuch-Co-Autor und Mitherausgeber von „Die Grundschulzeitschrift“ (Friedrich Verlag).

Weitere Informationen über den Autor finden Sie auf seiner Homepage:
www.rechnen-durch-handeln.de

© 2016 AOL-Verlag, Hamburg
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Veritaskai 3 · 21079 Hamburg
Fon (040) 32 50 83-060 · Fax (040) 32 50 83-050
info@aol-verlag.de · www.aol-verlag.de

Redaktion: Dr. Sina Hosbach, Daniel Marquardt
Lektorat: Dorothee Landwehr, Köln
Layout/Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH,
Bayreuth

ISBN: 978-3-403-40377-7

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der AOL-Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Engagiert unterrichten. Natürlich lernen.

AOL
verlag

Inhalt

Vorwort	4
1 Aufbau des Materialbandes	6
2 Didaktische Vorbemerkungen	6
2.1 Was macht den Zehnerübergang so schwer? Welchen Vorteil bietet die Orientierung am Fünfer?	6
2.2 Ziele und Weg bei Zahlraumerweiterung auf Fünferbasis	8
3 Erläuterungen zu den Kopiervorlagen	10
3.1 Zahlraumerweiterung auf Fünferbasis	10
3.2 Zerlegungstraining bis 10	14
3.3 Zehnerübergang im 20er-Raum	16
3.4 Eingangs-, Zwischenstands- und Enddiagnose	20
4 Kopiervorlagen	23
4.1 Zahlraumerweiterung auf Fünferbasis	23
Rechnen mit konkreten Fünfern (Fünfer 1–19)	23
Gleichungen (Gleichung 1–3)	31
Rechnen mit Geldmünzen (Geld 1–14)	33
4.2 Zerlegungstraining bis 10	37
Zahlenmauern (Zerlegen 1–12)	37
Paare finden (Zerlegen 13–18)	40
Verwandte Aufgaben (Zerlegen 19–20)	43
Operatives Zerlegungstraining (Zerlegen 21–30)	44
Zerlegungstests (Zerlegen 31–46)	49
Zerlegungs-Pass und Übersicht (Zerlegen 47–48)	57
4.3 Der Zehnerübergang im 20er-Raum	59
Subtraktion (Zehner 1–8)	59
Addition (Zehner 9–14)	61
Vermischte Übungen (Zehner 15–24)	62
Differenzierung nach oben (Zehner 25–32)	65
4.4 Diagnose	67
D2 Zerlegungen und Rechnen bis 5	67
D3 Rechnen bis 10/20	68
D4 Zerlegen bis 10	69
Lösungen	70

Vorwort

Dieser Materialband mit Kopiervorlagen ist Bestandteil der Reihe „Mathe inklusiv“ und wurde auf der Grundlage des fachdidaktischen Konzepts „Rechnen durch Handeln“ entwickelt (siehe www.rechnen-durch-handeln.de). Aktuell sind die folgenden Teile verfügbar:

- Mathe inklusiv: Ratgeber für die 1./2. Klasse (Bestellnummer 10375)
- Materialband 1: Mathe inklusiv: Zahlverständnis und Operationen (Bestellnummer 10376)
- Materialband 2: Mathe inklusiv: Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20 (Bestellnummer 10377)
- Materialband 3: Mathe inklusiv: Rechnen im Zahlenraum bis 100 (Bestellnummer 10378)
- Materialband 4: Mathe inklusiv: Einmaleins und Geometrie (Bestellnummer 10379)
- Materialband 5: Mathe inklusiv: Projekte für die 1./2. Klasse (Bestellnummer 10380)

Im Ratgeber wird das pädagogische und didaktische Konzept erläutert und der Aufbau des Lehrgangs in den ersten beiden Schuljahren beschrieben. Insbesondere geht es darum, zu verstehen, was das Rechnen für viele Kinder so schwierig macht und mit welchen Alternativen Sie die Möglichkeit haben, gute und schwache Rechner in einem *gemeinsamen Unterrichtsgeschehen* zu fördern, also inklusiv zu unterrichten. In den 5 Materialbänden werden zu diesem Gesamtkonzept Kopiervorlagen mit Erläuterungen angeboten. An didaktisch bedeutsamen Stellen wird in den Materialbänden auf die entsprechenden Seiten des Ratgebers verwiesen.

Die Grundidee dieses neuartigen Konzepts besteht darin, auszunutzen, dass Rechenprobleme über Jahrtausende nicht mit abstrakten Überlegungen, sondern durch konkrete Rechenhandlungen gelöst wurden. (Unsere Form des Rechnens ist gerade mal 500 Jahre alt!) Erst auf der Grundlage dieser Erfahrung mit Rechenhandlungen bildeten sich die abstrakteren Konzepte, die unser heutiges Rechnen kennzeichnen.

Am Anfang des Lehrgangs steht nicht mehr die abstrakte Zahlwortreihe, sondern „konkrete Zahlen“. Das macht es sogar Kindern ohne Zählfertigkeit möglich, im Anfangsunterricht am gemeinsamen Mathematikunterricht teilzunehmen. Die *kardinale Grundlage* der Zahl wie auch der wichtige Aspekt der *Invarianz* werden an den konkreten Zahlen unmittelbar *begreiflich*.

Außerdem erlaubt es dieser Ansatz, von Anfang an alle vier Grundrechenarten kennenzulernen, wodurch nicht nur das Operationsverständnis gestärkt, sondern auch die Entwicklung des Zahlverständnisses weiter unterstützt wird.

Im Fortgang des Lehrgangs werden Bündelungsobjekte (Fünfer- und Zehnerstangen sowie Geldmünzen) eingeführt, wodurch auch Rechenvorgänge in größeren Zahlräumen von der Spontanwahrnehmung kontrollierbar bleiben. Daneben werden bei diesen Rechenhandlungen die Grundlagen für das Konzept des Zehnerübergangs gelegt. Im zweiten, dritten und vierten Schuljahr ermöglichen die hier kennengelernten Rechenhandlungen leistungsschwachen Schülern, auch im größeren Zahlraum am gemeinsamen Rechenunterricht teilzunehmen.

In diesem Materialband 2 „Zehnerübergang im Zahlraum bis 20“ geht es um die Fundierung des Konzepts *reversibler Bündelungsobjekte* sowie um den Aufbau eines gefestigten *Zerlegungswissens bis 10*. Ohne diese beiden Voraussetzungen rechnen die Kinder Aufgaben mit Zehnerübergang schematisch ohne Verständnis oder umgehen den Zehnerübergang zählend. Durch dieses zählende Rechnen verhindern sie, dass sich das innere Konzept des *reversiblen Zehners* in ihrem Denken aufbauen kann. Das ist aber das zentrale Ziel des Rechenunterrichts im ersten und zweiten Schuljahr!

Außerdem werden mit Rechenstrich, Gleichungsnotation und Schiebenotation bereits im ersten Schuljahr drei wesentliche Notationsformen kennengelernt, die beim Rechnen im größeren Zahlraum die Ablösung vom handelnden Rechnen befördern.

Das wichtige Konzept des reversiblen Zehners sowie die Einsicht in die für ein Rechnen in Schritten notwendigen Grundlagen (also die Bedeutung eines reversiblen Bündelungsobjekts, der Bündelung als Grenze und des Zerlegungswissens für das Rechnen in Schritten) werden zunächst im Rahmen von Fünferstrukturen erarbeitet. *Das erlaubt es, dass auch ganz rechenschwache Kinder erfolgreich teilnehmen können.* Denn anders als beim Zehner bleiben die geforderten Zerlegungen hier der Wahrnehmung zugänglich.

Außerdem gewinnen Sie durch die Öffnung des 20er-Raums auf Fünferbasis Zeit, um mit einem parallel stattfindenden Zerlegungstraining die Grundlagen für die spätere Einführung des Zehnerübergangs zu optimieren. *Dieses Hinausschieben des Zehnerübergangs zur Verbesserung der Grundlagen ist ein wesentliches Element des inklusiven Gesamtansatzes.*

Über Rückmeldungen zu diesem Materialband und zu dem vorliegenden Lehrgang „Mathe inklusiv“ freue ich mich.



Dr. Klaus Rödler (klaus.roedler@onlinehome.de)

1 Aufbau des Materialbandes

Die Kopiervorlagen bestehen aus vier Teilen:

1. Zahlraumerweiterung auf Fünferbasis
2. Zerlegungstraining
3. Zehnerübergang im 20er-Raum
4. Diagnose

Diese vier Teile bauen nur teilweise chronologisch aufeinander auf. So steht die Diagnose nicht nur am Anfang und am Ende, sondern sie sollte schuljahrbegleitend durchgeführt werden, um Fortschritte und Stagnationen einzelner Kinder nicht zu übersehen. Ebenso muss man mit dem Zehnerübergang nicht warten, bis das Zerlegungstraining abgeschlossen ist. Es lohnt sich sogar, dieses Training noch im zweiten (und eventuell dritten) Schuljahr wiederholt durchzuführen. Das Rechnen in Schritten und die Optimierung des Zerlegungswissens stützen sich, wenn eine ausreichende Grundlage besteht, gegenseitig. Im Ratgeber finden Sie genauere Hinweise, in welchen Zeitabschnitten Sie die vorgeschlagenen Inhalte während der ersten Klasse behandeln

können und welche Rolle diese auch in der zweiten Klasse noch spielen.

Sie können die Kopiervorlagen natürlich auch unabhängig vom Gesamtlehrgang als Ergänzung Ihres eigenen Mathematikunterrichts nutzen.

Den Kopiervorlagen ist ein erläuternder Kommentar vorangestellt. Zunächst wird kurz das didaktische Grundkonzept dargestellt. Dann werden die didaktischen Überlegungen beschrieben, die hinter den Arbeitsaufträgen der verschiedenen Arbeitsblätter stecken, und es wird gesagt, worauf Sie achten müssen, damit deren didaktischer Nutzen wirksam werden kann.

Wenn Sie die Gesamtkonzeption „Rechnen durch Handeln“ fundiert verstehen wollen, empfiehlt es sich, den jeweiligen Teilaspekt im Ratgeber selbst nachzulesen, wo alles gründlicher und im Gesamtzusammenhang der ersten zwei Schuljahre erläutert wird.

2 Didaktische Vorbemerkungen

2.1 Was macht den Zehnerübergang so schwer? Welchen Vorteil bietet die Orientierung am Fünfer?

Rechenschwachen Schülern fehlt der *reversible Zehner*. Sie orientieren sich an der Zahlwortreihe und rechnen oft zählend und mit „Tricks“ („ $12 + 3 = \underline{\quad}$, da rechne ich $2 + 3 = 5$ und schreibe eine 1 davor, also 15.“). Warum das so ist, können Sie durch einen kleinen Selbstversuch herausfinden, den Sie in den Kästen I bis II auf den folgenden Seiten oben finden.

Bei Aufgaben mit Zehnerübergang bereitet insbesondere die Subtraktion Schwierigkeiten, da vielen Kindern die Vorstellung eines wieder auflösbaren Zehners noch fehlt. Es wird dann entweder in der Logik des Rückwärtszählens gedacht (Risiko: Rechenfehler „um 1“) oder der bei der Addi-

tion eingeübte Trick des Rechnens mit den Einern führt dadurch zum falschen Ergebnis, dass das Kind die Subtraktion als „größere Zahl minus kleinere Zahl“ oder als „Differenz“ rechnet. Das Problem des „ $2 - 4$ “ wird ihm damit gar nicht bewusst.



Was macht den Zehnerübergang so schwer? Teil I

Stellen Sie sich vor, es gäbe unsere Zahlworte und Zahlzeichen nicht, sondern die Buchstaben wären unsere Zahlworte und Zahlzeichen mit Z (zero) als Null. Sie zählen also: A, B, C, D, E usw.

Rechnen Sie nun mit dieser neuen Zahlwortreihe die folgende Aufgabe, ohne diese Buchstabenzahlen in unsere bekannten Zahlworte oder Zahlzeichen zurückzuübersetzen. (Wahrscheinlich brauchen Sie dann die Finger zum Rechnen!)

$$F + G = \underline{\quad}$$

Schreiben Sie die ganze Aufgabe mit Lösung auf ein Blatt und schauen Sie erst danach auf S. 8, ob und in welchem Sinn Ihre Lösung richtig ist.

Weil das Konzept des reversiblen Zehners bei diesen typischen Rechenwegen nicht aufgebaut wird, entsteht kein aus Wert-Ebenen (Zehnern, Einern) aufgebauter Zahlraum bis 100. Das Rechnen mit Wert-Ebenen wird ersetzt durch ein Rechnen mit den Ziffern (oft als „vorne und hinten“ bezeichnet). Das erlaubt dem Kind, weiterhin im kleinen Zahlraum bis 20 zu denken, den es zählend bewältigen kann.

Die in diesem Materialband angebotenen Kopiervorlagen und die damit verbundenen Rechenhandlungen haben das Ziel, die Entwicklung eines kardinalen (genauer: eines an strukturierten Mengen orientierten) Zahlbegriffs fortzuentwickeln. Das Konzept der Orientierung an der Zahlwortreihe soll durch den Unterricht nicht unterstützt und nach Möglichkeit ausgeschaltet werden. Dies geschieht unter anderem dadurch, dass der Zahlraum bis 20 von der Wahrnehmung unterstützt auf Fünferbasis geöffnet wird. Das dafür notwendige Zerlegungswissen bis 5 ist auch bei sehr schwachen Rechnern leicht aufzubauen. Dadurch ist dieser Weg ein Rechenunterricht für alle, also ein *inklusive Unterricht*.

Bevor die Kopiervorlagen erläutert werden, sollen Sie verstehen, welche Vorteile das (ungewohnte) Rechnen in Fünferlogik hat und welche Ziele mit diesem Unterricht verbunden sind.

Es wurde schon gezeigt, dass der Zehner eine Struktur ist, die durch unser Stellenwertsystem vielen Kindern im ersten Schuljahr verborgen bleibt. Genau genommen wird die Zehner-Einer-Gliederung unserer Zahlen erst im Hundertraum sichtbar. Erst dann greift der Zyklus der Zahlwortreihe: „Immer bis zur Zehn und dann wieder von vorne!“ (31, 32, ..., 37, 38, 39, 40 / 41,

42, ..., 47, 48, 49, 50 / 51, 52, ...). Dies erst rückt den dezimalen Aufbau unserer Zahlen wirklich ins Bewusstsein. Deshalb ist es so wichtig, die Zahlen und die Zahlwortreihe bis 100 vor dem Zehnerübergang zu behandeln. (Siehe Ratgeber, S. 138 ff.)

Dazu kommt, dass in Zehner-Einer-Gliederung dargestellte Zahlen, anders als nach Fünfern strukturierte, die Wahrnehmung überfordern.

Was ist der Wert dieser Zahlen? (V = 5, X = 10)

IIIIIIII	XIIIIII	XXIIIIII	IIIIII
VIIII	VVVII	VVVVVI	VII

An den Zahlen im Kasten sehen Sie, dass alle auf Zehnerbasis dargestellten Zahlen der oberen Reihe zum Zählen zwingen. Die Zahlen der unteren Reihe sind dagegen, mit Ausnahme der dritten, auf einen Blick erfassbar. Sie geben ein lesbares Bild.

Die dritte Zahl leistet das nicht, da sie die Wahrnehmungsregel „Nie mehr als vier in einer Reihe!“ verletzt. Das zeigt zugleich, dass die *Kraft der Fünf* nur im Zahlraum bis 24 wirksam ist.

Es gibt noch ein drittes wichtiges Argument, das gegen die frühe Behandlung des Zehnerübergangs spricht: Die meisten Kinder haben im Bereich bis 10 noch kein gesichertes Zerlegungswissen.

Um eine Aufgabe in der Logik des Übergangs (erst zur Zehn, dann darüber) zu rechnen, muss das Kind bei der Musteraufgabe im Kasten nicht nur seine Zehnerpartner (hier: F/D) kennen, es muss auch wissen, wie sich bei der Aufgabe der