



e book

Nach der Lernmethodik
von Dr. Heinz Klippert

Johanna Harnischfeger (Hg.)
Heiner Juen (Hg.)

Mathematik

- › Stochastik
- › Pythagoras

Sekundarstufe 9/10
Kopiervorlagen



Bildquellenverzeichnis:

- S. 46:** Geometrie im Alltag: Christa Juen-Kretschmer
S. 60: Büste des Pythagoras: Mallowtek, Wikimedia.
Münzabbildung von Pythagoras: Schaengel89~commonswiki, Wikimedia.

1. Auflage 2016
© 2017 Klippert Medien, Augsburg
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werks ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Klippert Medien übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Covergestaltung: fotosatz griesheim GmbH – Norbert Funk
Umschlagfoto: Thomas Weccard
Illustrationen: Steffen Jähde
Satz: Joh. Walch GmbH & Co. KG, Augsburg
ISBN 978-3-403-39262-0
www.klippert-medien.de

Inhalt

Stochastik

Autorinnen und Autoren: Johanna Harnischfeger, Heike Hofmann, Sigrid Hohmeyer, Heiner Juen, Christa Juen-Kretschmer, Marion Rieder

LS 01	Reiner Zufall?	5
LS 02	Wahrscheinlichkeiten	8
LS 03	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	12
LS 04	Mehrstufige Zufallsversuche	19
LS 05	Ausgewählte Beispiele	25
LS 06	Selbsteinschätzung – Test	31

Pythagoras

Autorinnen und Autoren: Johanna Harnischfeger, Heike Hofmann, Sigrid Hohmeyer, Heiner Juen, Christa Juen-Kretschmer, Marion Rieder

LS 01	Rund um das rechtwinklige Dreieck	35
LS 02	Grundlagen zum Satz von Pythagoras	37
LS 03	Was zu beweisen wäre!	40
LS 04	Pythagoras in ebenen Figuren	42
LS 05	Überall Pythagoras?	45
LS 06	Pythagoras im Raum	47
LS 07	Individuelles Üben mit der Lernkartei	50
LS 08	Höhensatz und Kathetensatz von Euklid	55
LS 09	Pythagoras – Person, Leben, Umfeld	59
LS 10	Selbsteinschätzung – Test	62
	Glossar	68

Herausgeber:

Johanna Harnischfeger
Lehrerin für Mathematik, Physik und Informatik, Mitarbeiterin am LISUM Berlin

Heiner Juen
Lehrer für Mathematik und Physik am Akademischen Gymnasium Innsbruck, Mitarbeiter an der PH Tirol, Mitglied der Projektleitung „Mathematische Bildung“ des BMUKK

Autorinnen:

Heike Hofmann
Konrektorin an der Regionalen Schule Salmatal, Lehrerin für Mathematik, Physik und Arbeitslehre, Trainerin für das Projekt „Pädagogische Schulentwicklung“ für das EFWI

Sigrid Hohmeyer
Lehrerin für Mathematik und Physik, Mitarbeiterin am LISUM Berlin

Christa Juen-Kretschmer
Leiterin des Institutes für Lehr- und Lernkompetenz, Pädagogische Hochschule Tirol (PHT), Lehrerin für Mathematik

Marion Rieder
Lehrerin für Mathematik, Sport und Gesellschaftslehre, Trainerin für das Projekt „Pädagogische Schulentwicklung“ des EFWI in Rheinland-Pfalz

Abkürzungen und Siglen

LS = Lernspirale
LV = Lehrervortrag
EA = Einzelarbeit
PA = Partnerarbeit
GA = Gruppenarbeit
PL = Plenum
HA = Hausarbeit/
 Hausaufgabe
M = Material

L = Lehrerin oder
 Lehrer
S = Schülerinnen
 und Schüler
 In den Erläuterungen
 zur Lernspirale wird
 für Lehrerinnen und
 Lehrer bzw. für Schü-
 lerinnen und Schüler
 ausschließlich die
 männliche Form ver-
 wendet. Dabei ist die
 weibliche Form stets
 mitgemeint.

Lerneinheit 1: Stochastik

Der Lern- und Arbeitsprozess

A Vorwissen und Voreinstellungen aktivieren

Die Lernspirale LS 01 dient zur Einstimmung der S. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff soll über die relative Häufigkeit intuitiv erarbeitet werden. Die betreffenden Arbeitsabläufe werden durch Pfeile angedeutet. Detailliertere Ausführungen dazu finden sich auf den nachfolgenden Seiten.

LS 01 Reiner Zufall?

► In einem Würfelexperiment Daten für relative Häufigkeiten ermitteln ► Stabilisierung der relativen Häufigkeit erkennen ► Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung erinnern bzw. erlernen

B Neue Kenntnisse und Verfahrensweisen erarbeiten

Die Lernspiralen LS 02 bis LS 04 dienen der Erarbeitung neuer Inhalte. Die S lernen weitere Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennen, wenden diese an und lösen komplexere Aufgaben mithilfe der Summen- und der Pfadregel.

LS 02 Wahrscheinlichkeiten

► Daten in einem Experiment zusammentragen, Vertiefen des Zusammenhangs zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit ► Modelle für Laplace-Experimente in Gruppen erarbeiten ► Wahrscheinlichkeiten für Gleichverteilungen erkennen

LS 03 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

► Grundbegriffe kennenlernen ► Grundbegriffe anwenden, Wahrscheinlichkeiten in Gruppenarbeit berechnen ► Beispiele in Einzelarbeit lösen ► bereits Gelerntes überprüfen

LS 04 Mehrstufige Zufallsversuche

► Grundbegriffe kennenlernen ► Grundbegriffe anwenden, Wahrscheinlichkeiten in Expertengruppen berechnen ► über die unterschiedlichen Beispiele in Stammgruppen austauschen ► Beispiele in Gruppen lösen ► Überprüfung des bisher Gelernten

C Komplexere Anwendungs- und Transferaufgaben

Die Lernspiralen LS 05 und LS 06 dienen der zusammenfassenden Übung, der Erweiterung von Begriffen und der selbstständigen Überprüfung des bisher Gelernten.

LS 05 Ausgewählte Beispiele

► eigene Aufgaben zu vorgegebenen Situationen erstellen ► Beispiele anderer Tandems auf ihre Richtigkeit überprüfen ► erlernte Strategien anwenden

LS 06 Selbsteinschätzung – Test

► anhand eines Fragenkatalogs bisherigen Lernerfolg ermitteln ► Aufgaben des Tests lösen und und tatsächliche Kenntnisse kritisch überprüfen

Lerneinheit 2: Pythagoras

Der Lern- und Arbeitsprozess

A Vorwissen und Voreinstellungen aktivieren

Die Lernspirale LS01 dient der Einstimmung in das Thema und der selbstständigen Wiederholung der Kenntnisse über das rechtwinklige Dreieck.

LS 01 Rund um das rechtwinklige Dreieck

► mithilfe alter Schulhefte, in der Klasse bereitstehender Mathematikbücher und des Einsatzes von Computern das rechtwinklige Dreieck anhand der gestellten Fragen ins Gedächtnis rufen ► kurze Zusammenfassung erstellen

B Neue Kenntnisse und Verfahrensweisen erarbeiten

Die Lernspiralen LS02 bis LS07 dienen der Erarbeitung und Anwendung neuer Inhalte. Die S lernen den Satz von Pythagoras kennen, üben sich in Beweisführung, wenden den Satz in komplexeren Aufgaben an und erstellen eigenständig Aufgaben.

LS 02 Grundlagen zum Satz von Pythagoras

► über ein praktisches Experiment, dessen Grundlage die Arbeit der ägyptischen Seilspanner ist, ein pythagoreisches Tripel erkennen ► durch vergleichendes Arbeiten mit rechtwinkligen und nicht rechtwinkligen Dreiecken selbstständig zur Lehrsatzformulierung gelangen

LS 03 Was zu beweisen wäre!

► unterschiedliche Beweise nachvollziehen ► Beweis selbstständig wiedergeben

LS 04 Pythagoras in ebenen Figuren

► übersichtliche Lernplakate erstellen ► mögliche rechtwinklige Dreiecke in unterschiedlichen Vierecken auffinden ► Dreiecksberechnung in diesen Vierecken erkennen und üben

LS 05 Überall Pythagoras?

► zu vorliegenden bzw. mitgebrachten Fotos selbstständig Textaufgaben erstellen ► Berechnungen zu diesen praktischen Aufgaben überlegen und ausführen ► Texte und Lösungen präsentieren

LS 06 Pythagoras im Raum

► rechtwinklige Dreiecke in geometrischen Körpern (Quader, Pyramide) auffinden ► Kantenmodelle von Pyramiden mit Draht anfertigen ► Anwendung des Satzes von Pythagoras im Raum festigen

LS 07 Individuelles Üben mit der Lernkartei

► unterschiedlich schwierige Beispiele in Einzelarbeit lösen ► mit Lösungsblättern abgleichen ► eigene Lücken und Fehler erkennen ► gegenseitig Hilfestellung leisten

C Komplexe Anwendungs- und Transferaufgaben

Die Lernspiralen LS08, LS09 und LS10 dienen der Intensivierung von Beweisführungen, dem Kennenlernen der Person Pythagoras und seiner geschichtlichen Einordnung sowie der selbstständigen Überprüfung des bisher Gelernten.

LS 08 Höhensatz und Kathetensatz von Euklid

► verschiedene algebraische und geometrische Beweise zum Höhensatz und zum Kathetensatz kennenlernen ► Beweise erarbeiten, visualisieren und präsentieren

LS 09 Pythagoras – Person, Leben, Umfeld

(fächerübergreifende Zusammenarbeit möglich: Deutsch, Geschichte, Musik, Geografie, ...)

► Pythagoras als Person in einen geschichtlichen Zusammenhang bringen ► Textarbeit bzw. Atlasarbeit ► Kurzreferat mit Visualisierung

LS 10 Selbsteinschätzung – Test

► anhand eines Fragenkatalogs bisherigen Lernerfolg ermitteln bzw. Lücken schließen ► Aufgaben des Tests lösen und tatsächliche Kenntnisse überprüfen

Hinweis zum Zeitansatz:

Eine Lernspirale ist für 90 (45) Minuten konzipiert. Je nach Größe und Leistungsstärke der Lerngruppe muss der Zeitansatz, der im Stundenraster für jeden Arbeitsschritt ausgewiesen ist, entsprechend angepasst werden.

01 Reiner Zufall?

Erinnere dich:

Die **absolute Häufigkeit** gibt an, wie oft die einzelne Augensumme aufgetreten ist.

Die **relative Häufigkeit** gibt den Anteil der jeweiligen Augensumme an der Gesamtzahl aller Würfe an.

A1

Würfle zwanzigmal mit zwei Würfeln und trage jeweils bei der Summe der erwürfelten Augenzahlen (Augensumme) einen Strich in die Strichliste ein. Trage anschließend die absoluten Häufigkeiten in die Spalte darunter ein und berechne zudem die relativen Häufigkeiten.

Augensumme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Strichliste											
absolute Häufigkeit											
relative Häufigkeit											

Vergleicht eure Zahlen in der Vierergruppe. Lässt sich eine Tendenz ablesen oder handelt es sich anscheinend eher um willkürliche Zahlen?

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

A2

Zählt nun in der Gruppe die absoluten Häufigkeiten zusammen und berechnet erneut die relativen Häufigkeiten. Damit erhaltet ihr eine Tabelle für 80 Versuche.

Tragt dann die Zahlen der Nachbargruppe gemeinsam mit euren Ergebnissen ein (insgesamt 160 Versuche) und zählt am Schluss alle Versuche der Klasse zusammen. Ist jetzt eine Tendenz erkennbar?

Augenzahl	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-----------	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

80 Versuche											
absolute Häufigkeit											
relative Häufigkeit											

160 Versuche											
absolute Häufigkeit											
relative Häufigkeit											

Klassenergebnis (_____ Versuche)											
absolute Häufigkeit											
relative Häufigkeit											

Bei einem **Zufallsexperiment** sind mehrere **Ergebnisse** (Ausgänge) möglich.