



Kenntnis und Können

**Kohlhammer**

Grundriss der Psychologie Band 28

Frank Eggert

# Deskriptive Statistik und Wahrscheinlich- keitstheorie



# Grundriss der Psychologie

Herausgegeben von Bernd Leplow und Maria von Salisch

Begründet von Herbert Selg und Dieter Ulich

Diese Taschenbuchreihe orientiert sich konsequent an den Erfordernissen des Bachelorstudiums, in dem die Grundlagen psychologischen Fachwissens gelegt werden. Jeder Band präsentiert sein Gebiet knapp, übersichtlich und verständlich!

H. E. Lück/S. Guski-Leinwand  
**Geschichte der Psychologie**

Ursula Hess  
**Allgemeine Psychologie II**

F. Eggert  
**Deskriptive Statistik und  
Wahrscheinlichkeitstheorie**

K. Rentzsch/A. Schütz  
**Psychologische Diagnostik**

J. Schiebener/M. Brand  
**Allgemeine Psychologie I**

D. Ulich/P. Mayring  
**Psychologie der Emotionen**

F. Rheinberg/R. Vollmeyer  
**Motivation**

U. Ehlert/R. La Marca/  
E. A. Abbruzzese/U. Kübler  
**Biopsychologie**

J. Kienbaum/B. Schuhrke  
**Entwicklungspsychologie der  
Kindheit**

T. Faltermaier/P. Mayring/W. Saup/  
P. Strehmel  
**Entwicklungspsychologie des  
Erwachsenalters**

H. M. Trautner  
**Allgemeine Entwicklungs-  
psychologie**

L. Laux  
**Persönlichkeitspsychologie**

T. Greitemeyer  
**Sozialpsychologie**

R. Guski  
**Wahrnehmung**

F. J. Schermer  
**Lernen und Gedächtnis**

H.-P. Nolting/P. Paulus  
**Pädagogische Psychologie**

J. Felfe  
**Arbeits- und Organisations-  
psychologie, Bd. 1 und 2**

L. v. Rosenstiel/W. Molt/  
B. Rüttinger  
**Organisationspsychologie**

T. Faltermaier  
**Gesundheitspsychologie**

S. Trepte/L. Reinecke  
**Medienpsychologie**

D. Köhler  
**Rechtspsychologie**

G. Felser  
**Konsumentenpsychologie**

M. Vollrath  
**Ingenieurpsychologie**

Frank Eggert

# **Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie**

Verlag W. Kohlhammer

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechts ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen und sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche gekennzeichnet sind.

Es konnten nicht alle Rechtsinhaber von Abbildungen ermittelt werden. Sollte dem Verlag gegenüber der Nachweis der Rechtsinhaberschaft geführt werden, wird das branchenübliche Honorar nachträglich gezahlt.

1. Auflage 2016

Alle Rechte vorbehalten

© W. Kohlhammer GmbH, Stuttgart

Gesamtherstellung: W. Kohlhammer GmbH, Stuttgart

Print:

ISBN 978-3-17-021426-2

E-Book-Formate:

pdf: ISBN 978-3-17-032242-4

epub: ISBN 978-3-17-032243-1

mobi: ISBN 978-3-17-032244-8

Für den Inhalt abgedruckter oder verlinkter Websites ist ausschließlich der jeweilige Betreiber verantwortlich. Die W. Kohlhammer GmbH hat keinen Einfluss auf die verknüpften Seiten und übernimmt hierfür keinerlei Haftung.

# Inhalt

<b>Geleitwort</b> .....	<b>9</b>
<b>Vorwort</b> .....	<b>11</b>
<b>1</b> <b>»Was soll das alles?« – Eine Einleitung</b> ....	<b>15</b>
1.1    Worum soll es gehen? .....	15
1.2    Warum sollten uns wissenschaftliche Aussagen interessieren? .....	21
<b>2</b> <b>Theorie und Empirie</b> .....	<b>29</b>
2.1    Worum geht es in der (empirischen) Wissenschaft? .....	30
2.2    Welche Vorstellung von der Welt steckt dahinter? .....	32
2.3    Wie sind Theorie und Empirie miteinander verknüpft? .....	33
<b>3</b> <b>Messwerte und Fehler</b> .....	<b>43</b>
3.1    Was macht man eigentlich, wenn man etwas misst? .....	43
3.2    Welche Informationen enthalten Messwerte? .....	47
3.3    Da ist doch ein Fehler? .....	56
<b>4</b> <b>Populationen und Stichproben?</b> .....	<b>67</b>
4.1    Was ist eine Zufallsstichprobe und warum ist das so wichtig? .....	68
4.2    Wo kommen die kleinen Stichproben her? .....	68
<b>5</b> <b>Ergebnisse und Kennwerte</b> .....	<b>75</b>
5.1    Wie kann man die Ergebnisse in einer Stichprobe beschreiben? .....	75

5.2	Was für Aspekte einer Stichprobe kann man durch einen Wert beschreiben? . . . . .	79
5.3	Warum betrachtet man Kennwerte? . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Schätzer und Parameter . . . . .</b>	<b>89</b>
6.1	Was ist ein Schätzer und was schätzt er? . . . . .	89
6.2	Wie schätze ich einen Populationskennwert? . . . . .	90
6.3	Was ist eine Stichprobenverteilung eines Kennwerts? . . . . .	91
6.4	Was sind Stichprobenfehler? . . . . .	93
6.5	Was ist ein Populationsparameter? . . . . .	98
<b>7</b>	<b>Parametrische Tests . . . . .</b>	<b>104</b>
7.1	Ein »kleiner« Exkurs: Was ist ein Maximum-Likelihood-Schätzer? . . . . .	108
7.2	Wir konstruieren eine Stichprobenverteilung . . . . .	112
7.3	Kombiniere! . . . . .	115
<b>8</b>	<b>Ein nicht-parametrischer Test . . . . .</b>	<b>120</b>
<b>9</b>	<b>»Ach so, das soll das alles!« – Ein Fazit . . . . .</b>	<b>127</b>
9.1	Das Problem mit dem Messen . . . . .	128
9.2	Das Problem mit den Populationen . . . . .	130
9.3	Das Problem mit den Zufallsstichproben . . . . .	131
9.4	Und nun? Was tun? . . . . .	132
	<b>Stichwortverzeichnis und Gloss(e)ar . . . . .</b>	<b>135</b>

Dieses Buch ist  
– aus ganz unterschiedlichen, aber letztlich  
doch gleichen Gründen –  
fünf Personen gewidmet:

Dirk, der hoffentlich nicht die Hände über dem  
Kopf zusammenschlägt, wenn er es liest.

Paul Bjarne, der hoffentlich einmal Lust hat, es zu lesen  
und sich dann daran zu machen, ein besseres zu schreiben.

Nicole, die so wunderbar schreibt  
und dennoch dieses Buch liebt.

Meiner Mutter, die das alles erst möglich gemacht hat.

Meinem Vater, der stolz gewesen wäre.





# Geleitwort

Neue Studiengänge brauchen neue Bücher! Bachelor und Master sind nicht einfach verkürzte Diplom- oder Magisterausbildungen, sondern stellen etwas qualitativ Neues dar. So gibt es jetzt Module, die in sich abgeschlossen sind und aufeinander aufbauen. Sie sind jeweils mit Lehr- und Lernzielen versehen und spezifizieren sehr viel genauer als bisher, welche Themen und Methoden in ihnen zu behandeln sind. Aus diesen Angaben leiten sich Art, Umfang und Thematik der Modulprüfungen ab. Aus der Kombination verschiedener Module ergeben sich die Bachelor- und Masterstudiengänge, welche in der Psychologie konsekutiv sind, also aufeinander aufbauen. Die Bände der Reihe »Grundriss der Psychologie« konzentrieren sich auf das umgrenzte Lehrgebiet des Bachelorstudiums.

Da im Bachelorstudium die Grundlagen des psychologischen Fachwissens gelegt werden, ist es uns ein Anliegen, dass sich jeder Band der Reihe »Grundriss der Psychologie« ohne Rückgriff auf Wissen aus anderen Teilgebieten der Psychologie lesen lässt. Jeder Band der Grundrissreihe orientiert sich an einem der Module, welche die Deutsche Gesellschaft für Psychologie (DGPs) im Jahr 2005 für die Neugestaltung der Psychologieausbildung vorgeschlagen hat. Damit steht den Studierenden ein breites Grundwissen zur Verfügung, welches die wichtigsten Gebiete aus dem vielfältigen Spektrum der Psychologie verlässlich abdeckt. Dies ermöglicht nicht nur den Übergang auf den darauf aufbauenden Masterstudiengang der Psychologie, sondern auch eine erste Berufstätigkeit im psychologisch-assistierenden Bereich.

So führt der Bachelorabschluss in Psychologie zu einem eigenen, berufsbezogenen Qualifikationsprofil. Aber auch Angehörige anderer Berufe können von einer ergänzenden Bachelorausbildung in Psychologie profitieren. Überall dort, wo menschliches Verhalten und Erleben Entscheidungsabläufe beeinflusst, hilft ein fundiertes Grundwissen in Psychologie. Die Bandbreite reicht vom Fachjournalismus über den Erziehungs- und Gesundheitsbereich, die Wirtschaft mit diversen Managementprofilen, die Architektur und die

Ingenieurwissenschaften bis hin zu Führungspositionen in Militär und Polizei. Die wissenschaftliche Psychologie bietet insofern – bei ethisch vertretbarer Anwendung – ein Gerüst, über welches man auf die Gesellschaft positiv Einfluss nehmen kann. Daher können auch Studierende und Praktiker aus anderen als den klassischen psychologischen Tätigkeitsfeldern vom Wissen eines Bachelors in Psychologie profitieren. Weil die einzelnen Bände so gestaltet sind, dass sie psychologisches Grundlagenwissen voraussetzungsfrei vermitteln, sind sie also auch für Angehörige dieser Berufsgruppen geeignet.

Wir möchten den ausgeschiedenen Herausgebern für ihre inspirierende Arbeit an dieser Reihe danken und hoffen, auch weiterhin auf ihre Erfahrungen zurückgreifen und ihren wertvollen Rat in Anspruch nehmen zu können. Den Leserinnen und Lesern wünschen wir vielfältige Erkenntnisse und Erfolge mit den Bänden der Reihe »Grundriss der Psychologie«.

Maria von Salisch  
Bernd Leprow

# Vorwort

Dieses Buch ist der Versuch, zu beschreiben, wovon ich denke, dass man es verstanden haben sollte, wenn man sich dem schwierigen Unterfangen widmen möchte, in einem Bereich der Wissenschaft zu Erkenntnissen zu kommen, der nicht gerade die allerbesten Voraussetzungen dafür bietet.

Immer dann, wenn das, was uns interessiert, komplex, dynamisch und (natürlicherweise) variabel ist, und wir nicht in der glücklichen Lage sind, diese Komplexität, Dynamik und Variabilität im Rahmen von Experimenten weitgehend reduzieren zu können, wird es uns schwerfallen, die in dem Tohuwabohu wirkenden Prinzipien und Gesetze zu erkennen.

Wenn dazu dann auch noch die (größtenteils unreflektierten) naiven Alltagstheorien, gepaart mit der Vorstellung, man wüsste im Prinzip schon, wie das alles funktioniert, hinzukommen, wie das in meiner Heimatwissenschaft, der Psychologie, leider nicht selten der Fall ist, wird die Lage fast hoffnungslos.

Und wenn man dann noch offenbart, dass die wissenschaftliche Erkenntnis in der Konstruktion abstrakter, formal-mathematischer Modelle für die Wirklichkeit besteht, ist der Ofen endgültig aus und das Feuer des Prometheus am Verglimmen, zumindest wenn es mit der wilden Glut des Praktikers konkurrieren muss.

In meinen Vorlesungen geht es mir darum, die Prinzipien eines Gegenstandsbereichs – soweit wir glauben, sie erkannt zu haben – darzustellen. Mir ist wichtig, dass man eine Chance hat, die grundlegenden Konzepte zu verstehen und darauf aufbauend ein Verständnis für die Dinge, um die es geht, entwickeln kann.

In diesem Buch versuche ich, dieser Linie zu folgen. Die Darstellung ist nicht formal streng, sie ist nicht detailorientiert, und sie stellt die Dinge nicht nur einfach so dar, wie sie sind, ohne nicht zumindest den Versuch zu beinhalten, deutlich werden zu lassen, warum sie denn so sind bzw. sein sollen, auch wenn dies immer nur zum Teil gelingen dürfte. Ich habe versucht, ein Buch zu schreiben und nicht, eine Ansammlung von Karteikarten (weiß

noch jemand, was das ist?) in eine Ordnung zu bringen und dann nacheinander jeweils zu beschreiben, was denn auf der Karte steht.

Wenn Sie eine formal strenge oder detaillierte Darstellung der deskriptiven Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie suchen, so werden Sie diese ohne Schwierigkeiten finden, sei es in den besseren Büchern zur Angewandten Statistik oder – wenn Sie wissen wollen, was dahinter steckt – in der Mathematischen Stochastik.

Auch wenn Sie gar nicht verstehen wollen, was los ist, sondern einfach nur das rechnen können wollen, was irgendjemand gesagt hat, dass Sie es rechnen können sollen, so werden Sie sicherlich an anderem Orte fündig werden.

Dieses Buch ist eigentlich kein Statistikbuch, sondern – wenn überhaupt – ein Methodenlehrbuch (man beachte das vierte e in diesem Wort); die statistischen Modelle stehen nicht für sich, sondern als Abbilder von entsprechenden Verhältnissen in der Welt. Nur wenn sie sich dafür eignen, sind sie für den empirischen Wissenschaftler interessant. Jenseits dessen wird die Beschäftigung mit Formalem l'art pour l'art (und das ist durchaus nicht abwertend gemeint, sondern voller Bewunderung für diese Kunst).

Ich hoffe, dass Sie dieses Buch mit der gleichen Freude lesen, mit der ich es geschrieben habe, einer inneren Freude, auch wenn diese äußerlich begleitet war von Anstrengung, einer Anstrengung, die Ihnen beim Lesen vielleicht auch nicht ganz unbekannt bleiben wird.

Meine Hoffnung ist, dass Sie beim Lesen die eine oder andere Einsicht bekommen und viele, viele Fragen, denen Sie weiter nachgehen können, um dann noch mehr Einsichten zu bekommen, die Ihnen noch mehr Fragen aufgeben, und dass ich auf diese Weise dazu beitragen kann, ihr geistiges Leben nicht langweilig werden zu lassen.

James D. Watson (falls Sie nicht wissen sollten, wer das ist, ist hier die erste Gelegenheit, einer interessanten Frage nachzugehen ...) hat seine Autobiographie *Avoid Boring People* genannt – ein sehr guter Ratschlag (vor allem, wenn man sich seinen doppelten Sinn klarmacht). Dasselbe kann man auch von Büchern sagen: *Avoid Boring Books!* Ich hoffe, dieses Buch langweilt Sie nicht; und wenn Sie dieses Buch nicht einfach nur lesen, sondern es als Anregung im eben geschilderten Sinne verwenden, wird es von Ihnen auch nicht gelangweilt sein.

Ich möchte Ulrike Albrecht vom Kohlhammer Verlag für ihre schier unendliche Geduld mit mir und für ihre Unterstützung von ganzem Herzen danken.

Ihr, wie auch den Herausgebern Maria von Salisch und Bernd Leplow sowie meiner kritischen »Privatlektorin« Nicole Holzhauser sei für die vielfachen Hinweise und Anregungen gedankt.

Nearly last, but not least, danke ich Dieter Heyer, bei dem ich gelernt habe, Statistik zu lernen und Statistik zu lehren. Ich hoffe, ihm gefällt das Buch, auch wenn es ihm bestimmt viel zu wenige Formeln enthält.

Zu guter Letzt möchte ich nicht versäumen, Roman Ferstl, der mir ein »somewhere« im Sinne Richard Feynmans ermöglicht hat, zu sagen, wie dankbar ich ihm dafür bin, und Volker Hoffmann dafür zu danken, dass er die Grundlage für all das gelegt hat, was ich bisher erreicht habe.

»Anyway, come on. Allons-y!«<sup>1</sup>

Braunschweig, im Mai 2016  
Frank Eggert

---

1 The Tenth Doctor



# 1 »Was soll das alles?« – Eine Einleitung

## 1.1 Worum soll es gehen?

Wenn Sie dieses Buch in den Händen halten, dann wahrscheinlich, weil Sie glauben, Sie sollten es lesen und womöglich nicht, weil Sie der Inhalt interessiert.

*Wie komme ich zu dieser Aussage, wo ich Sie doch gar nicht kenne und nichts über sie weiß?*

Um das zu verstehen, muss ich etwas weiter ausholen, genau genommen, ein ganzes Buch lang, nämlich dieses Buch, das Sie gerade in den Händen halten.

Obwohl die Aussage am Beginn dieses Abschnittes eine Aussage über Sie ist, ist es gleichzeitig auch keine Aussage über Sie. Denn für mich, der ich die Aussage mache, bedeutet »Sie« einen imaginären, nicht näher spezifizierten Leser, für Sie bedeutet »Sie« hingegen Sie als konkrete, spezifische Person, die sich inzwischen langsam zu wundern beginnt.

Dass Sie die Aussage auf sich bezogen verstehen, hat etwas damit zu tun, dass wir im Alltag in der Regel an Fragen über konkrete Andere oder Sachverhalte interessiert sind. Wer von uns beiden ist größer? Werde ich genauso gemocht wie die da? Werde ich mein Studium schaffen? Hat der mehr Geld als der? Diese und viele andere Fragen, die man genauso gut exemplarisch hätte heranziehen können, beziehen sich auf konkrete Menschen in bestimmten Situationen bzw. auf Aspekte solcher bestimmten Situationen.

Wenn wir im Alltag diese konkreten Erfahrungen mit konkreten Anderen in spezifischen Situationen verallgemeinern, dann in der Regel so, dass wir, wenn bestimmte Regelmäßigkeiten auftreten, zu einer allgemeineren Aussage kommen. Das ist zum Beispiel der Fall, wenn wir jedes Mal bei Wettrennen feststellen, dass die anderen schneller sind: »Ich bin kein guter Läufer.«

Wenn wir über die Generalisierung von Einzelerfahrungen zu einer allgemeinen Gesetzmäßigkeit kommen, so spricht man auch